مراجعة جبر

قوانين التباديل : حيث $^{ن}ل_{ر}$ يسمى ن بالعلم ، ر يسمى بالدليل   ن ∈ ص+ ، ر ∈ ط

القانون الاول : $^{ن}ل_{ر}$ = ن (ن − ١) (ن − ٢) (ن − ٣) .... (ن − ر + ١)

القانون الثانى : $^{ن}ل_{ن}$ = $|\underline{ن}$ = ن (ن − ١) (ن − ٢) (ن − ٣) .... × ٣ × ٢ × ١

القانون الثالث : $|\underline{ن}$ = ن $|\underline{ن-١}$ = ن (ن − ١) $|\underline{ن-٢}$

القانون الرابع : $^{ن}ل_{ر} = \frac{|\underline{ن}}{|\underline{ن-ر}}$

القانون الخامس : $^{ن}ل_{٠}$ = ١ ، $|\underline{٠}$ = ١

قوانين التوافيق : ١) $^{ن}ق_{ر} = \frac{^{ن}ل_{ر}}{|\underline{ر}} = \frac{|\underline{ن}}{|\underline{ر}\ |\underline{ن-ر}}$ = مضروب الرأس / (مضروب الدليل × مضروب الفرق)

لاحظ أن : ١) $^{ن}ق_{١}$ = ن   ٢) $^{ن}ق_{ن}$ = ١

٢) **قانون التبسيط** $^{ن}ق_{ر}$ = $^{ن}ق_{ن-ر}$

٣) **القانون الثالث** $^{ن}ق_{س}$ = $^{ن}ق_{ص}$ إما س = ص   أو   س + ص = ن

٤) **قانون النسبة :** $\frac{^{ن}ق_{ر}}{^{ن}ق_{ر-١}} = \frac{ن - ر + ١}{ر}$ = (الرأس − الدليل الكبير + ١) / الدليل الكبير

٥) **قانون الجمع :** $^{ن}ق_{ر}$ + $^{ن}ق_{ر-١}$ = $^{ن+١}ق_{ر}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١) عدد طرق اختيار فريق من ٦ أشخاص من بين ١٢ شخصاً

أ) ${}^{١٢}ل_{٦}$ ب) ${}^{١٧}ق_{٦}$ جـ) ${}^{١٢}ق_{٦}$ ء) ${}^{١٧}ق_{١٢}$

٢) حقيبة بها ٥ كرات مرقمة من ١ الى ٥ سحبت كرتان الواحدة بعد الاخرى مع الاحلال فإن عدد الطرق الممكنه يساوى .....

أ) $٥^{٢}$ ب) $٢^{٥}$ جـ) ${}^{٥}ق_{٢}$ ء) ${}^{٥}ل_{٢}$

٣) إذا كانت س = { س : س ∈ ط ، ٥ ≤ س ≤ ٩ }
وكانت ص = { (أ ، ب) : س ∈ ط ، ب ∈ ص }
فإن ن(ص) = ...

أ) $٥^{٢}$ ب) $٢^{٥}$ جـ) ${}^{٥}ق_{٢}$ ء) ${}^{٥}ل_{٢}$

س = ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

لم يذكر أ لا تساوى ب

ن(ص) = (ب) $٢^{٥}$

٤) إذا كانت س = { س : س ∈ ط ، ٥ ≤ س ≤ ٩ }
وكانت ص = { (أ ، ب) : س ∈ ط ، ب ∈ ص ، أ ≠ ب }
فإن ن(ص) = ...

أ) ١٠ ب) ٢٠ جـ) ١٢٠ ء) ٥

ن(ص) = ${}^{٥}ل_{٤}$ = ٢٠

٥) عدد الاعداد المكونة من ثلاث أرقام التى يمكن تكوينها من الارقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ يساوى ....

أ) ١٢٥ ب) ١٥ جـ) ٣| ء) ٥|

عدد الاعداد = ٥ × ٥ × ٥ = ١٢٥

١١) عدد الاعداد الزوجية المكونة من رقمين مختلفين التى يمكن تكوينها من الارقام ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ يساوى ......

أ) ٦ ب) ٥ جـ) ٩ ء) ١٥

الاحاد	العشرات
٣	٥

عدد الاعداد الزوجية = ٣ × ٥ = ١٥

٦) من مجموعة الارقام { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين أو من ثلاث أرقام مختلفة

أ) ٢٠ ب) ٨٠ جـ) ١٠٠ ء) ١٢٠٠

(٥ × ٤) + (٥ × ٤ × ٣) = ٨٠

٧) عدد الطرق لتكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من الاعداد { ٠ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٨ } ويكون أكبر من ٤٠ هو ....

أ) ٢٣ ب) ٢٨ جـ) ٥٦ ء) ١٢٠

الاحاد	العشرات	
٧	٤	ماعدا ٤٠ ، ٤٤ ، ٦٦ ، ٧٧ ، ٨٨

٧ × ٤ − ٥ = ٢٣

٨) عدد طرق اختيار عدد زوجى و عددين فرديين من ٤ أعداد زوجية و ٥ أعداد فردية يساوى ....

أ) ٤ ${}^{٥}ق_{٢}$ ب) ٤ + ${}^{٥}ق_{٢}$ جـ) ٤ ${}^{٥}ل_{٢}$ ء) ٤ + ${}^{٥}ل_{٢}$

${}^{٤}ق_{١}$ × ${}^{٥}ق_{٢}$ = ٤ ${}^{٥}ق_{٢}$

٩) عدد طرق اختيار عدد زوجى أو عددين فرديين من ٤ أعداد زوجية و ٥ أعداد فردية يساوى ....

أ) ٤ ${}^{٥}ق_{٢}$ ب) ٤ + ${}^{٥}ق_{٢}$ جـ) ٤ ${}^{٥}ل_{٢}$ ء) ٤ + ${}^{٥}ل_{٢}$

${}^{٤}ق_{١}$ + ${}^{٥}ق_{٢}$ = ٤ + ${}^{٥}ق_{٢}$

١٠) عدد طرق تكوين عدد أولى مكون من ٣ أرقام مختلفة من مجموعة الارقام ٣ ، ٤ ، ٥ هو ....

أ) ٦ ب) ٣ جـ) ١ ء) صفر

١٦) عدد طرق اختيار فريق مكون من ٧ أفراد من ٩ بنات و ٥ أولاد إذا كان الفريق يحتوى على ٣ أولاد فقط يساوى ....

أ) ١٣٦ ب) ٣٠٨٤ جـ) ١٢٦٠ ء) ١٢٨٧

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٢) عدد اختيار مجموعة مكونة من ٣ طالبات و ٤ طلاب من بين ٥ طالبات و ٧ طلاب يساوى ....

أ) ${}^{٥}\text{ق}_{٣} \times {}^{٧}\text{ق}_{٤}$ ب) ${}^{٥}\text{ل}_{٣} \times {}^{٧}\text{ل}_{٤}$

جـ) ${}^{٥}\text{ق}_{٣} + {}^{٧}\text{ق}_{٤}$ ء) ${}^{٧}\text{ل}_{٣} + {}^{٥}\text{ل}_{٤}$

١٣) عدد طرق اختيار حرفين أو ثلاثة أحرف مختلفة معاً من عناصر المجموعة { م ، ب ، جـ ، ء ، هـ ، و } هى ......

أ) ${}^{٦}\text{ق}_{٢} \times {}^{٦}\text{ق}_{٣}$ ب) ${}^{٦}\text{ل}_{٢} \times {}^{٦}\text{ل}_{٣}$

جـ) ${}^{٦}\text{ق}_{٢} + {}^{٦}\text{ق}_{٣}$ ء) ${}^{٦}\text{ل}_{٢} + {}^{٦}\text{ل}_{٣}$

١٤) عدد طرق اختيار اربعة أحرف على الاقل مختلفة معا من عناصر المجموعة { م ، ب ، جـ ، ء ، هـ } هى .....

أ) ${}^{٥}\text{ق}_{٤} + {}^{٥}\text{ق}_{٥}$ ب) ${}^{٥}\text{ل}_{٤} + {}^{٥}\text{ل}_{٥}$

جـ) ${}^{٥}\text{ق}_{٤} \times {}^{٥}\text{ق}_{٥}$ ء) ${}^{٥}\text{ل}_{٤} \times {}^{٥}\text{ل}_{٥}$

١٥) عدد طرق اختيار فريق مكون من ٤ أفراد من نفس الجنس من بين ٩ أولاد و ٦ بنات يساوى ....

أ) ${}^{١٥}\text{ق}_{٤}$ ب) ${}^{٩}\text{ق}_{٤}$ جـ) ${}^{٩}\text{ق}_{٤} \times {}^{٦}\text{ق}_{٤}$ ء) ${}^{٩}\text{ق}_{٤} + {}^{٦}\text{ق}_{٤}$

١٧) عدد طرق اختيار ٣ أشخاص معاً من مجموعة مكونة من ٥ رجال ، ٣ نساء إذا كان الاشخاص الثلاثة فيهم أثنان فقط من نفس الجنس يساوى ....

أ) ${}^{٥}\text{ق}_{٢} + {}^{٣}\text{ق}_{١}$ ب) ${}^{٣}\text{ق}_{١} + {}^{٣}\text{ق}_{٢}$

جـ) ${}^{٥}\text{ق}_{٢} \times {}^{٣}\text{ق}_{١}$ ء) ${}^{٥}\text{ق}_{٢} \times {}^{٣}\text{ق}_{١} + {}^{٥}\text{ق}_{١} \times {}^{٣}\text{ق}_{٢}$

١٨) عدد طرق توزيع ٣ كرات متماثلة على ٤ صناديق متمايزة = ...

أ) ${}^{٤}\text{ق}_{٣}$ ب) ${}^{٤}\text{ل}_{٣}$ جـ) ${}^{٦}\text{ق}_{٣}$ ء) ${}^{٦}\text{ق}_{٤}$

${}^{٣ + ٤ - ١}\text{ق}_{٣} = {}^{٦}\text{ق}_{٣}$

١٩) عدد الطرق التى يمكن وضع ٣ كرات متماثلة فى ٥ خانات على صف واحد إذا كانت الخانة لا تسع إلا لكرة واحدة هو ....

أ) $٥^{٣}$ ب) ${}^{٥}\text{ل}_{٣}$ جـ) ${}^{٦}\text{ق}_{٣}$ ء) ${}^{٥}\text{ق}_{٣}$

٢٠) عدد الطرق التى يمكن بها توزيع ٨ جوائز بالتساوى على ٤ طلاب = ..

أ) ${}^{٨}\text{ق}_{٤}$ ب) ${}^{٨}\text{ق}_{٢}$ جـ) ${}^{٨}\text{ق}_{٢} \times {}^{٦}\text{ق}_{٢} \times {}^{٤}\text{ق}_{٢}$

٢١) عدد طرق توزيع ١٥ بطاقة متماثلة على ٤ أشخاص بحيث لا يأخذ أى منهم أقل من بطاقتين يساوى ....

أ) ${}^{١٥}\text{ق}_{٤}$ ب) ${}^{٧}\text{ق}_{٤}$ جـ) ${}^{١٠}\text{ق}_{٤}$ ء) ${}^{١٠}\text{ق}_{٧}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١) إذا كان |ن = ٧٢٠ فإن ${}^{ن}ل_{٢}$ = ...

أ) ٣٠ ب) ٢٠ جـ) ١٥ ء) ١٢

|ن = |٦ ، ن = ٦ ${}^{ن}ل_{٢} = {}^{٦}ل_{٢} = ٣٠$

٢) إذا كان ${}^{١٧}ل_{م+٥} = {}^{٢٩}ل_{م+٥}$ فإن م = ...

أ) صفر ب) -٥ جـ) ٥ ء) ٤٦

م + ٥ = صفر ∴ م = -٥

٣) إذا كان ${}^{ن}ل_{٤}$ = ٥٠٤ ن فإن قيمة ن = ...

أ) ٦ ب) ٧ جـ) ٩ ء) ١٠

ن (ن - ١)(ن - ٢)(ن - ٣) = ٥٠٤ ن

(ن - ١)(ن - ٢)(ن - ٣) = ٥٠٤

(ن - ١)(ن - ٢)(ن - ٣) = ٩ × ٨ × ٧

ن - ١ = ٩

ن = ١٠

٤) إذا كان ${}^{ن}ل_{ر}$ = ن (ن - ١)(ن - ٢)... × ٥ × ٤ × ٣ فإن ر = ...

أ) ن ب) ن - ٢ جـ) ن - ١ ء) ن - ٣

${}^{ن}ل_{ر}$ = ن (ن - ١)(ن - ٢)... × ٥ × ٤ × ٣

ن - ر + ١ = ٣

ن - ر = ٢

ر = ن - ٢

٥) إذا كان (س - ٢) × ${}^{ن}ق_{٣} = {}^{ن}ل_{٣}$ فإن س = ...

أ) ٥ ب) ٦ جـ) ٧ ء) ٢ن

(س - ٢) × ${}^{ن}ق_{٣} = {}^{ن}ل_{٣}$

(س - ٢) × $\frac{{}^{ن}ل_{٣}}{|٣} = {}^{ن}ل_{٣}$

س - ٢ = |٣ ∴ س = ٨

٦) إذا كان ${}^{ن}ل_{ر} \div {}^{ن}ل_{ر-١}$ = ...

أ) ن - ر ب) ن - ر + ١ جـ) ن - ر + ١

${}^{ن}ل_{ر} \div {}^{ن}ل_{ر-١} = \frac{|ن}{|ن - ر} \div \frac{|ن}{|ن - ر + ١}$

$= \frac{|ن}{|ن - ر} \times \frac{|ن - ر + ١}{|ن}$

= ن - ر + ١

٧) إذا كان ${}^{ن+١}ل_{ن}$ = ٢٤ فإن ن = ...

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ ء) ٥

$\frac{|ن + ١}{|ن + ١ - ن}$ = ٢٤

|ن + ١ = ٢٤

|ن + ١ = |٤ ∴ ن = ٣

٨) إذا كان ${}^{٨}ل_{ن-٧}$ = |٨ فإن قيم ن = ...

ن - ٧ = ٨ الرأس | أو ن - ٧ = ٧ الرأس - ١

ن = ١٥ | ن = ١٤

٩) إذا كان ${}^{ن}ل_{ر}$ = أ ${}^{ن}ق_{ر}$ فإن أ يمكن أن تساوى ....

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ ء) ٩

${}^{ن}ل_{ر}$ = أ × $\frac{{}^{ن}ل_{ر}}{|ر}$

∴ أ = |ر

المضروب عدد صحيح موجب أ = ٦

٢٢) ٢ ${}^{ن}ل_{٣} = {}^{ن+١}ل_{٣}$ فإن ن = ...

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ ء) ٨

٢ ن (ن - ١)(ن - ٢) = (ن + ١) ن (ن - ١)

٢ن^{٢} - ٤ن = ن^{٢} + ن ∴ ن^{٢} - ٥ن = ٠ ∴ ن = ٥

أ/ أحمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٢٣) مجموعة حل المعادلة $\frac{|س+١}{|س-٩} \div ل^{س}_{٩} = ١١$

أ) {١٠} ب) {٩} جـ) {١١}

$\frac{|س+١}{|س-٩} \div \frac{|س}{|س-٩} = ١١$ هى ......

$\frac{|س+١}{|س} = ١١$

∴ س + ١ = ١١ ∴ س = ١٠

٢٤) إذا كان $ل^{٥}_{ن-٣} = |٥$ فإن ن = ...

أ) ٨ ب) ٥ جـ) ٣ أو ٥ ء) ٧ أو ٨

٢٥) إذا كان $ل^{٨}_{ن-٣} = ل^{٨}_{ن-٣}$ فإن ن

يجب أن تساوى عدد صحيح ∈ ....

أ) [٠ ، ٣] ب) [٣ ، ١١] جـ) [٠ ، ٨]

٠ ≤ ن - ٣ ≤ ٨

٠ + ٣ ≤ ن ≤ ٨ + ٣

٣ ≤ ن ≤ ١١

٢٥) إذا كان $ل^{ن-٤}_{٩} = ل^{ن-٤}_{٩}$ فإن ن يجب أن

تساوى عدد صحيح ∈ ....

أ) [٤ ، ١٣] ب) [٠ ، ١٣] جـ) [١٣ ، ∞ [

ن - ٤ ≤ ٩

ن ≤ ١٣

٢٦) $ل^{ن}_{س} + ل^{س}_{ن} = ١٤٤٠$ فإن $ل^{ن+٤}_{س-٥} =$ ..

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٩ ء) ١٠

ن ≤ س ، ٠ ≤ س ≤ ن هنا نجد أن ن = س

$\frac{|ن}{|ن-س} + \frac{|س}{|س-ن} = ١٤٤٠$

$\frac{|ن}{١} + \frac{|س}{١} = ١٤٤٠$

٢ |ن = ١٤٤٠

|ن = ٧٢٠ ∴ ن = ٦ ، س = ٦

٢٧) إذا كان $ل^{ن}_{ن} = ٥٠٤٠$ فإن ن = ...

أ) -١ ب) ٥ جـ) ٧ ء) ٣

|ن = ٥٠٤٠ ∴ |ن = |٧ ∴ ن = ٧

٢٨) إذا كان ن ∈ $ص^{+}$ فإن |ن = ...

أ) $|ن^{٢}$ ب) |ن + ١ جـ) $ن^{٢}$|ن - ١ ء) ٢|ن

٢٩)



أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٣٢) إذا كان $ل^{ن}_{ر}$ = ٢١٠ فإن (ن ، ر) = ...

أ) (٢١٠ ، ١) ب) (١٥ ، ٢) جـ) (٧ ، ٣) ء) كل ماسبق

نحاول الحصول على جميع التباديل الممكنة للعدد ٢١٠

أولاً $ل^{ن}_{ر}$ = ٢١٠
$ل^{ن}_{ر} = ل^{٢١٠}_{١}$
ن = ٢١٠ ، ر = ١

ثانياً $ل^{ن}_{ر}$ = ٢١٠
$ل^{ن}_{ر} = ل^{١٥}_{٢}$
ن = ١٥ ، ر = ٢

ثالثاً $ل^{ن}_{ر}$ = ٢١٠
$ل^{ن}_{ر} = ل^{٧}_{٣}$
ن = ٧ ، ر = ٣

---

٣٣) إذا كان : |س – ٣ × $ل^{س}_{٣}$ = ٢٠ |س – ٢

فإن س = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ ء) ٦

|س – ٣ × $ل^{س}_{٣}$ = ٢٠ (س – ٢) |س – ٣

$ل^{س}_{٣}$ = ٢٠ (س – ٢)

س (س – ١) (س – ٢) = ٢٠ (س – ٢)

$س^٢$ – س = ٢٠

$س^٢$ – س – ٢٠ = ٠

(س + ٤) (س – ٥) = ٠

س = –٤ ، س = ٥

٣٥) إذا كان |١٠ – ن = ٢٤ فإن ن = ...

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ ء) ٥

|١٠ – ن = |٤

١٠ – ن = ٤

|ن = ٦ ∴ ن = ٢

٣٦) إذا كان |جاس = ١ حيث ٠ ≤ س ≤ ٢π

فإن س ∋ ....

أ) { ٠ ، π } ب) { ٠ ، $\frac{\pi}{٢}$ } جـ) { ٠ ، π ، $\frac{\pi}{٢}$ }

جا س = ٠ ، جاس = ١

س = ٠ ، س = ١٨٠ | س = ٩٠

---

٣٤) $ل^{٩}_{ر-١}$ ÷ $ل^{٨}_{ر}$ = $\frac{١}{٨}$ فإن قيمة ر = ...

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ ء) ٤

$\frac{|٩}{|٩ – ر + ١} ÷ \frac{|٨}{|٨ – ر} = \frac{١}{٨}$

$\frac{|٩}{|١٠ – ر} × \frac{|٨ – ر}{|٨} = \frac{١}{٨}$

$\frac{٩ |٨}{(١٠ – ر) (٩ – ر) |٨ – ر} × \frac{|٨ – ر}{|٨} = \frac{١}{٨}$

(١٠ – ر) (٩ – ر) = ٩ × ٨ ∴ ١٠ – ر = ٩

٣٧) مجموعة حل المعادلة |١ + لو س = ١ هى ......

أ) { $\frac{١}{١٠}$ } ب) { ١ } جـ) { $\frac{١}{١٠}$ ، ١ }

١ + لو س = ١ | أو ١ + لو س = ٠

لو س = ٠ | لو س = –١

س = $١٠^٠$ = ١ | س = $١٠^{-١}$ = $\frac{١}{١٠}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٣٨) إذا كان $^{ن}ق_{٣} = ٤$ فإن ن = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ ء) ٦

$^{٤}ق_{٣} = ٤$ ∴ ن = ٤

٣٩) إذا كان $^{٦}ق_{س} = {}^{٥}ق_{س}$ فإن س = ...

أ) ٥ ب) ٦ جـ) صفر ء) ١١

$\frac{\underline{|٦}}{\underline{|س}\ \underline{|٦ - س}} = \frac{\underline{|٥}}{\underline{|س}\ \underline{|٥ - س}}$

$\frac{٦}{٦ - س} = ١$

٦ − س = ٦ ∴ س = صفر

٤٠) إذا كان $^{ن}ق_{٥} = {}^{ن}ق_{ن-٢}$ فإن ن = ...

أ) ٦ ب) ٧ جـ) ٨ ء) ١٠

٥ = ن − ٢ ∴ ن = ٧ | أو ٥ + ن − ٢ = ن مرفوض

٤١) إذا كان $^{ن}ق_{٩} : {}^{ن}ق_{٧} = ٧ : ٩$ فإن ن = ...

أ) ٧ ب) ١٥ جـ) ١٦ ء) ٩

$\frac{^{ن}ق_{٩}}{^{ن}ق_{٨}} \times \frac{^{ن}ق_{٨}}{^{ن}ق_{٧}} = \frac{٧}{٩}$

$\frac{ن - ٩ + ١}{٩} \times \frac{ن - ٨ + ١}{٨} = \frac{٧}{٩}$

$\frac{ن - ٨}{٩} \times \frac{ن - ٧}{٨} = \frac{٧}{٩}$

(ن − ٨)(ن − ٧) = ٥٦

(ن − ٨)(ن − ٧) = ٧ × ٨

ن − ٨ = ٧ أو ن − ٧ = ٨

∴ ن = ١٥ | ∴ ن = ١٥

٤٢) إذا كان: $^{ن}ق_{ن-٣} = ٢٠$ فإن ن = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ ء) ٦

قانون التبسيط $^{ن}ق_{٣} = ٢٠$ ∴ ن = ٦

٤٣) إذا كان $^{٢٤}ق_{٢س+١} = {}^{٢٤}ق_{س+٤}$ فإن س = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ ء) ٦

٢س + ١ = س + ٤ | أو ٢س + ١ + س + ٤ = ٢٤

س = ٣ | ٣س = ١٩

س = $\frac{١٩}{٣}$ مرفوض

٤٤) إذا كان $^{١٤}ق_{س^٢} = {}^{١٤}ق_{س+٢}$ فإن س = ...

أ) ٢ أو −١ ب) ٤ جـ) ٣ ء) ٢ أو ٣ أو −١

س^٢ = س + ٢ | أو س^٢ + س + ٢ = ١٤

س^٢ − س − ٢ = ٠ | س^٢ + س − ١٢ = ٠

(س + ١)(س − ٢) = ٠ | (س − ٣)(س + ٤) = ٠

س = −١ أو س = ٢ ، س = ٣ أو س = −٤ مرفوض

٤٥) إذا كان $^{ن+٢}ق_{٤} = ن^٢ - ٣$ فإن ن = ...

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٦ ء) ١٠

المثال ده بالتعويض الحل = ٢

٤٦) $^{١٠}ق_{س+١} : {}^{١٠}ق_{س-١} = ٢١ : ١٠$ فإن س = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ ء) ٦

$\frac{^{١٠}ق_{س+١}}{^{١٠}ق_{س}} \times \frac{^{١٠}ق_{س}}{^{١٠}ق_{س-١}} = \frac{٢١}{١٠}$

$\frac{١٠ - س - ١ + ١}{س + ١} \times \frac{١٠ - س + ١}{س} = \frac{٢١}{١٠}$

$\frac{١٠ - س}{س + ١} \times \frac{١١ - س}{س} = \frac{٢١}{١٠}$

١٠(١٠ − س)(١١ − س) = ٢١س(س + ١)

١١٠٠ − ١٠٠س − ١١٠س + ١٠س^٢ = ٢١س^٢ + ٢١س

١١س^٢ + ٢٣١س − ١١٠٠ = ٠ بالآلة

س = ٤ أو س = −٢٥ مرفوض

٤٧) ${}^{ن}ق_{٣} = ٣٠\frac{١}{٣}\ ن$

أ) ٥ ب) ١٠ ج) ١٥ ء) ٢٠

$\frac{|\underline{ن}}{|\underline{٣}\ |\underline{ن-٣}} = \frac{٩١}{٣}\ ن$

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)\ |\underline{ن-٣}}{|\underline{٣}\ |\underline{ن-٣}} = \frac{٩١}{٣}\ ن$

$\frac{(ن-١)(ن-٢)}{٦} = \frac{٩١}{٣}$

$\frac{(ن-١)(ن-٢)}{٢} = ٩١$

$(ن-١)(ن-٢) = ١٨٢$

$\therefore ن^{٢} - ٣ن + ٢ - ١٨٢ = ٠$

$ن^{٢} - ٣ن - ١٨٠ = ٠$

$\therefore ن = ١٥$ ، $\therefore ن = -١٢$ مرفوض

٤٨) المقدار: ${}^{ن}ق_{ر} + {}^{ن}ق_{ر+١} = ...$

أ) ${}^{ن+١}ق_{ر}$ ب) ${}^{ن}ق_{ر+١}$ ج) ${}^{ن+١}ق_{ر+١}$

قانون الجمع ${}^{ن}ق_{ر} + {}^{ن}ق_{ر+١} = {}^{ن+١}ق_{ر+١}$

٤٤) إذا كان ${}^{٩}ق_{ر} > {}^{٩}ق_{ر-١}$ فإن ......

أ) $ر < ٤$ ب) $ر > ٤$ ج) $ر < ٥$

بالقسمة على ${}^{٩}ق_{ر-١}$

$\frac{{}^{٩}ق_{ر}}{{}^{٩}ق_{ر-١}} > ١$

$\frac{٩ - ر + ١}{ر} > ١$

$٩ - ر + ١ > ر$

$١٠ > ٢ر$ $\therefore ٥ > ر$

٤٩) قيمة المقدار ${}^{٥٠}ق_{٤} + \sum_{ر=١}^{٦} {}^{٥٦-ر}ق_{٣} = ...$

أ) ${}^{٥٦}ق_{٤}$ ب) ${}^{٥٦}ق_{٣}$ ج) ${}^{٥٥}ق_{٤}$ ء) ${}^{٥٥}ق_{٣}$

${}^{٥٠}ق_{٤} + {}^{٥٥}ق_{٣} + {}^{٥٤}ق_{٣} + {}^{٥٣}ق_{٣} + {}^{٥٢}ق_{٣} + {}^{٥١}ق_{٣} + {}^{٥٠}ق_{٣}$

$= {}^{٥١}ق_{٤} + {}^{٥٥}ق_{٣} + {}^{٥٤}ق_{٣} + {}^{٥٣}ق_{٣} + {}^{٥٢}ق_{٣} + {}^{٥١}ق_{٣}$

$= {}^{٥٢}ق_{٤} + {}^{٥٥}ق_{٣} + {}^{٥٤}ق_{٣} + {}^{٥٣}ق_{٣} + {}^{٥٢}ق_{٣}$

$= {}^{٥٣}ق_{٤} + {}^{٥٥}ق_{٣} + {}^{٥٤}ق_{٣} + {}^{٥٣}ق_{٣}$

$= {}^{٥٤}ق_{٤} + {}^{٥٥}ق_{٣} + {}^{٥٤}ق_{٣} = {}^{٥٥}ق_{٤} + {}^{٥٥}ق_{٣} = {}^{٥٦}ق_{٤}$

٥٠) إذا كان ${}^{٨}ق_{ر} - {}^{٧}ق_{٣} = {}^{٧}ق_{٢}$ فإن ر = ...

أ) ٣ أو ٥ ب) ٢ أو ٥ ج) ٣ أو ٤ ء) ٤ أو ٥

${}^{٨}ق_{ر} = {}^{٧}ق_{٣} + {}^{٧}ق_{٢}$

${}^{٨}ق_{ر} = {}^{٨}ق_{٣}$

$ر = ٣$ أو $ر + ٣ = ٨$

$ر = ٥$

٥١) إذا كان ${}^{ن+١}ق_{٣} - {}^{ن}ق_{٣} = ٢١$ فإن ن = ...

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٧ ء) ١٠

${}^{ن+١}ق_{٣} - {}^{ن}ق_{٣} = {}^{٧}ق_{٢}$

${}^{ن+١}ق_{٣} = {}^{ن}ق_{٣} + {}^{٧}ق_{٢}$ أى أن $ن = ٧$

${}^{ن+١}ق_{٣} = {}^{٨}ق_{٣}$ يمكن حل هذا المثال بالمضروب

٥٢) إذا كان $أ = {}^{ن}ق_{ر}$ ، $ب = {}^{ن}ق_{ر-١}$

فإن $\frac{أ + ب}{ب} = ...$

أ) $\frac{ن - ١}{ر}$ ب) $\frac{ن + ١}{ر}$ جـ) $\frac{ن}{ن + ١}$

$$\frac{أ + ب}{ب} = \frac{{}^{ن}ق_{ر} + {}^{ن}ق_{ر-١}}{{}^{ن}ق_{ر-١}} = \frac{{}^{ن+١}ق_{ر}}{{}^{ن}ق_{ر-١}}$$

$$= \frac{\lfloor ن + ١}{\lfloor ر \; \lfloor ن + ١ - ر} \times \frac{\lfloor ر - ١ \; \lfloor ن - ر + ١}{\lfloor ن}$$

$$= \frac{ن + ١}{ر}$$

---

٥٣) ${}^{س+ص}ل_{٢} = ٢١٠$ ، ${}^{ص-٣}ق_{٣} = ٣٥$

فإن $\lfloor ٢س - ص = ...$

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ ء) ٤

${}^{س+ص}ل_{٢} = {}^{١٥}ل_{٢}$ | ${}^{ص-٣}ق_{٣} = {}^{٧}ق_{٣}$

$س + ص = ١٥$ | $ص - ٣ = ٧$

$ص = ١٠$ (١)

من (١) $س = ٥$

$\therefore \lfloor ٢س - ص = \lfloor ١٠ - ١٠ = ١$

---

٥٤) ${}^{س+ص}ل_{٤} = ٣٦٠$ ، $\lfloor ٢س + ص = ٥٠٤٠$

فإن ${}^{ص}ق_{٢س} = ...$

أ) ١ ب) ٥ جـ) ١٠ ء) ١٥

${}^{س+ص}ل_{٤} = {}^{٦}ل_{٤}$ ، $\lfloor ٢س + ص = \lfloor ٧$

$س + ص = ٦$ (١) ، $٢س + ص = ٧$ (٢)

بالإلا $س = ١$ ، $ص = ٥$

${}^{ص}ق_{٢س} = {}^{٥}ق_{٢} = ١٠$

---

٥٥) إذا كان ${}^{ن}ل_{ر} = ٧٢٠ \; {}^{ن}ق_{ر}$ فإن $ر = ...$

أ) ٦ ب) ٥ جـ) ٤ ء) ٧

${}^{ن}ل_{ر} = ٧٢٠ \; \frac{{}^{ن}ل_{ر}}{\lfloor ر}$

$١ = ٧٢٠ \; \frac{١}{\lfloor ر}$

$\lfloor ر = ٧٢٠$ ، $\lfloor ر = \lfloor ٦$ ، $ر = ٦$

---

٥٦) إذا كان: ${}^{١٥}ق_{٣ر} = {}^{١٥}ق_{ر+٣}$ ،

${}^{ن+٢}ق_{٨} : {}^{ن-٢}ل_{٤} = ٣ : ٤٠$ فإن ${}^{ن}ق_{ر+١} : {}^{ن}ق_{ر}$

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ ء) ٤

$٣ر = ر + ٣$ أو $٣ر + ر + ٣ = ١٥$

$٢ر = ٣$ ، $ر = \frac{٣}{٢}$ مرفوض | $٤ر = ١٢$ ، $ر = ٣$

، ${}^{ن+٢}ق_{٨} : {}^{ن-٢}ل_{٤} = ٣ : ٤٠$

$$\frac{\lfloor ن + ٢}{\lfloor ٨ \; \lfloor ن - ٦} \div \frac{\lfloor ن - ٢}{\lfloor ن - ٦} = \frac{٣}{٤٠}$$

$$\frac{\lfloor ن + ٢}{\lfloor ٨ \; \lfloor ن - ٦} \times \frac{\lfloor ن - ٦}{\lfloor ن - ٢} = \frac{٣}{٤٠}$$

$$\frac{(ن + ٢)(ن + ١)(ن)(ن - ١)\lfloor ن - ٢}{٤٠٣٢٠} \times \frac{١}{\lfloor ن - ٢} = \frac{٣}{٤٠}$$

$(ن + ٢)(ن + ١)ن(ن - ١) = ٤٠٣٢٠ \times \frac{٣}{٤٠}$

$(ن + ٢)(ن + ١)ن(ن - ١) = ٣٠٢٤$

$(ن + ٢)(ن + ١)ن(ن - ١) = ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦$

$ن = ٧$

${}^{ن}ق_{ر+١} : {}^{ن}ق_{ر} = {}^{٧}ق_{٤} : {}^{٧}ق_{٣} = ١$

أ/أحمد فكري ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

نظرية ذات الحدين : هو قانون لإيجاد مايساوية أى مقدار يتكون من حدين مثل (س + ص) إذا رفع لأى أس

مفكوك نظرية ذات الحدين

$(\text{س}+\text{ص})^{\text{ن}} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٠}(\text{س})^{\text{ن}-٠}(\text{ص})^{٠} + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{١}(\text{س})^{\text{ن}-١}(\text{ص})^{١} + \dots\dots + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}}(\text{س})^{\text{ن}-\text{ن}}(\text{ص})^{\text{ن}}$

$= \text{س}^{\text{ن}} + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{١}\,\text{س}^{\text{ن}-١}\,\text{ص}^{١} + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٢}\,\text{س}^{\text{ن}-٢}\,\text{ص}^{٢} + \dots\dots + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}-١}\,\text{س}^{١}\,\text{ص}^{\text{ن}-١} + \text{ص}^{\text{ن}}$

هام : نلاحظ أن أس الحد الاول يتناقص وأس الحد الثانى يتزايد

$(\text{س}-\text{ص})^{\text{ن}} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٠}(\text{س})^{\text{ن}-٠}(-\text{ص})^{٠} + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{١}(\text{س})^{\text{ن}-١}(-\text{ص})^{١} + \dots\dots + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}}(\text{س})^{\text{ن}-\text{ن}}(-\text{ص})^{\text{ن}}$

$= \text{س}^{\text{ن}} - {}^{\text{ن}}\text{ق}_{١}(\text{س})^{\text{ن}-١}\,\text{ص} + {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٢}(\text{س})^{\text{ن}-٢}\,\text{ص}^{٢} + \dots\dots + (-\text{ص})^{\text{ن}}$

ويكون الحد الاخير موجب إذا كانت ن عدد زوجى ويكون سالب إذا كانت ن عدد فردى

لاحظ أنه فى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{\text{ن}}$

١) عدد حدود المفكوك = ن + ١

٢) مجموع المعاملات فى أى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{\text{ن}}$ نضع س = ١ ، ص = ١

مثال١ $(٢\text{س}+٣\text{ص})^{٢} = ٤\text{س}^{٢} + ١٢\,\text{س}\,\text{ص} + ٩\,\text{ص}^{٢}$ باستخدام القانون نضع س=١ ، ص=١ مجموع المعاملات $(٢+٣)^{٢} = ٢٥$ (٤ + ١٢ + ٩ = ٢٥)

مثال٢ $(٢\text{س}-٣\text{ص})^{٢} = ٤\text{س}^{٢} - ١٢\,\text{س}\,\text{ص} + ٩\,\text{ص}^{٢}$ باستخدام القانون نضع س=١ ، ص=١ مجموع المعاملات $(٢-٣)^{٢} = ١$ (٤ - ١٢ + ٩ = ١)

٣) أس الحد الاول يتناقص بمقدار واحد وأس الحد الثاى يزداد بمقدار واحد

٤) مجموع أسس الحد الواحد = ن

٥) حساب أى حد فى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{\text{ن}}$

$\text{ح}_{٣} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٢}\,\text{س}^{\text{ن}-٢}\,\text{ص}^{٢}$ ، $\text{ح}_{٥} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٤}\,\text{س}^{\text{ن}-٤}\,\text{ص}^{٤}$

بصفة عامة $\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}}\,\text{س}^{\text{ن}-\text{ر}}\,\text{ص}^{\text{ر}}$

٦) إذا كان ن عدد زوجى فإن رتبة الحد الاوسط = $\frac{\text{ن}}{٢} + ١$

٧) إذا كان ن عدد فردى فإن رتبة الحدين الاوسطين = $\frac{\text{ن}+١}{٢}$ ، $\frac{\text{ن}+٣}{٢}$

مثال٨ فى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{٦}$ رتبة الحد الاوسط = $\frac{٦}{٢} + ١ = ٤$ الحد الاوسط هو $\text{ح}_{٤}$

مثال٩ فى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{٤\text{ن}}$ رتبة الحد الاوسط = $\frac{٤\text{ن}}{٢} + ١ = ٢\text{ن}+١$ الحد الاوسط هو $\text{ح}_{٢\text{ن}+١}$

مثال١٠ فى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{١٣}$ رتبة الحدين الاوسطين = $\frac{١٣+١}{٢}$ ، $\frac{١٣+٣}{٢}$ الحدين $\text{ح}_{٧}$ ، $\text{ح}_{٨}$

مثال١١ فى مفكوك $(\text{س}+\text{ص})^{٢\text{ن}+٣}$ رتبة الحد الاوسط = $\frac{٢\text{ن}+٣+١}{٢} = ٢\text{ن}+٢$ الحدين $\text{ح}_{٢\text{ن}+٢}$ ، $\text{ح}_{٢\text{ن}+٣}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٨) (س + م)^{ن} + (س − م)^{ن} = ٢ (ح$_١$ + ح$_٣$ + ح$_٥$ + ...) مضاعفات مجموع الحدود الفردية

٩) (س + م)^{ن} − (س − م)^{ن} = ٢ (ح$_٢$ + ح$_٤$ + ح$_٦$ + ...) مضاعفات مجموع الحدود الزوجية

مثال١٢ أكتب فى أبسط صورة مفكوك (س + $\sqrt{٢}$)^٤ + (س − $\sqrt{٢}$)^٤ الحـــــــل

(س + $\sqrt{٢}$)^٤ + (س − $\sqrt{٢}$)^٤ = ٢ (ح$_١$ + ح$_٣$ + ح$_٥$) لاحظ أن عدد الحدود خمسة وبالتالى الحد الخامس موجود

= ٢ [^{٤}ق$_٠$ (س)^٤ ($\sqrt{٢}$)^٠ + ^{٤}ق$_٢$ (س)^٢ ($\sqrt{٢}$)^٢ + ^{٤}ق$_٤$ (س)^٠ ($\sqrt{٢}$)^٤]

= ٢ [س^٤ + ٦س^٢ × ٢ + ٤] = ٢س^٤ + ٢٤س^٢ + ٨

الحد العام فى مفكوك (س + م)^{ن} هو : ح$_{ر+١}$ = ^{ن}ق$_{ر}$ س$^{ن-ر}$ م^{ر}

، الحد الخالى من س نضع ن − ر = صفر

النسبة بين حدين متتاليين فى مفكوك (م س + ب ص)^{ن} هى $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} = \frac{ن − ر + ١}{ر} × \frac{ب ص}{م س}$

أما النسبه بين معاملين متتالين فى مفكوك (م س + ب ص)^{ن} هى $\frac{معامل\ ح_{ر+١}}{معامل\ ح_{ر}} = \frac{ن − ر + ١}{ر} × \frac{ب}{م}$

تذكر أن قانون النسبة : $\frac{^{ن}ق_{ر}}{^{ن}ق_{ر-١}} = \frac{ن − ر + ١}{ر} = \frac{الرأس − الكبيرالدليل + ١}{الكبيرالدليل}$

لإيجاد أكبر حد وأكبر معامل من مفكوك (م س + ب ص)^{ن}

وبفرض أن أكبر حد هو ح$_{ر+١}$ فيكون أكبر من السابق ح$_{ر}$ و أكبر من التالى ح$_{ر+٢}$

أى انه يوجد شرطين

الشرط الاول $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} \geq ١$

$\frac{ن − ر + ١}{ر} × \left|\frac{ب ص}{م س}\right| \geq ١$

و الشرط الثانى $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر+٢}} \geq ١$

$\frac{ر + ١}{ن − (ر + ١) + ١} × \left|\frac{م س}{ب ص}\right| \geq ١$

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٥٧) معامل $س^{٥}$ فى مفكوك $(٣ - ٢س)^{٧}$ يساوى ....

أ) ٦٠٤٨ ب) - ٦٠٤٨ جـ) ١٥٢٠ ء) - ١٥٢٠

$ح_{ر+١} = {}^{٧}ق_{ر} \, (٣)^{٧-ر} \, (-٢س)^{ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{٧}ق_{ر} \, (٣)^{٧-ر} \, (-٢)^{ر} \, (س)^{ر}$

بوضع ر = ٥ الحد المشتمل على $س^{٥}$ هو $ح_{٦}$

$ح_{٦} = {}^{٧}ق_{٥} \, (٣)^{٢} \, (-٢)^{٥} \, (س)^{٥}$

المعامل = ٦٠٤٨

---

٥٨) الحد الاوسط فى مفكوك $\left(٢س + \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{١٢}$ يساوى ..

أ) ${}^{١٢}ق_{٦} \, س^{-٦}$ ب) ${}^{١٢}ق_{٦} \, س^{٦}$ جـ) ${}^{١٢}ق_{٧} \, س^{٥}$ ء) ${}^{١٢}ق_{٦}$

ترتيب الحد الاوسط = $\frac{١٢}{٢} + ١ = ٧$

$ح_{٧} = {}^{١٢}ق_{٦} \, (٢س)^{٦} \left(\frac{١}{٢س^{٢}}\right)$ …

$= {}^{١٢}ق_{٦} \, (٢)^{٦} \, (س)^{٦}$ …

---

٥٩) من مفكوك $(١ + ب س)$ …

يكون معامل الحد السادس هو ......

أ) ${}^{٩}ق_{٥}$ ب) ${}^{٩}ق_{٦}$ جـ) ${}^{٩}ق_{٥} \, ب^{٥}$ ء) ${}^{٩}ق_{٦} \, ب^{٦}$

$ح_{٦} = {}^{٩}ق_{٥} \, (ب س)^{٥}$ المعامل = ${}^{٩}ق_{٥} \, ب^{٥}$

---

٦٠) معامل $\frac{١}{س^{٢}}$ فى مفكوك $\frac{١}{س^{٣}}\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$

أ) ١٠ ب) - ١٠ جـ) ١٢٠ ء) - ١٢٠

$ح_{ر+١} = \frac{١}{س^{٣}} \, {}^{١٠}ق_{ر} \, (س)^{١٠-ر} \left(\frac{١}{س^{٢}}\right)^{ر}$

$ح_{ر+١} = (س)^{-٣} \, {}^{١٠}ق_{ر} \, (س)^{١٠-ر} \, (س)^{-٢ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{١٠}ق_{ر} \, (س)^{٧-٣ر}$ (١)

بوضع ٧ - ٣ر = -٢

- ٣ر = -٢ - ٧ ر = ٣

بالتعويض فى (١)

$ح_{٤} = {}^{١٠}ق_{٣} \, (س)^{٧-٩} = ١٢٠ \, س^{-٢}$

سلسلة المهندس

فى الرياضيات

للأستاذ احمد فكرى

---

٦١) فى مفكوك $\left(س^{٢} + \frac{١}{س}\right)^{ن}$ إذا كان معامل الحد الرابع يساوى معامل الحد الثالث عشر فإن قيمة ن = ...

أ) ٢٥ ب) ١٥ جـ) ٢٠ ء) ١٧

$ح_{٤} = {}^{ن}ق_{٣} \, (س^{٢})^{ن-٣} \left(\frac{١}{س}\right)^{٣}$

$ح_{٤} = {}^{ن}ق_{٣} \, (س)^{٢ن-٦} \, س^{-٣} = {}^{ن}ق_{٣} \, (س)^{٢ن-٩}$

$ح_{١٣} = {}^{ن}ق_{١٢} \, (س^{٢})^{ن-١٢} \left(\frac{١}{س}\right)^{١٢}$

$ح_{١٣} = {}^{ن}ق_{١٢} \, (س)^{٢ن-٢٤} \, س^{-١٢} = {}^{ن}ق_{١٢} \, (س)^{٢ن-٣٦}$

∴ ${}^{ن}ق_{٣} = {}^{ن}ق_{١٢}$

∴ ٣ = ١٢ مرفوض أو ٣ + ١٢ = ن ∴ ن = ١٥

---

٦٢) فى مفكوك $\left(\frac{١}{س} + س^{٢}\right)^{١٥}$ حسب قوى س التصاعدية … هى .... ، قيمة س التى … متساويين ....

… $(س^{٢})^{ر}$

… $س^{-١٥+ر} \times س^{٢ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{١٥}ق_{ر} \, (س)^{-١٥+٣ر}$

بوضع -١٥ + ٣ر = ٠ ∴ ر = ٥

الحد الخالى من س $ح_{٦} = {}^{١٥}ق_{٦} = ٣٠٠٣$

الحدين الاوسطين متساويين $\frac{١}{س} = س^{٢}$ ∴ $س = \frac{١}{٢}$

---

٦٣) الحدان الاوسطان $\left(\frac{٢}{س} + \frac{س^{٣}}{٨}\right)^{٩}$ متساويان فإن س = ..

أ) ٢ ب) ± ٤ جـ) $\frac{١}{٢}$ ء) $\pm\frac{١}{٢}$

٦٣) عدد حدود المفكوك $(س + ص)^{١٠٠٠} - (س - ص)^{١٠٠٠}$

أ) ١٠٠٠ ب) ٥٠٠ جـ) ٥٠١ ء) ١٠٠١

المقدار الاول يحتوى على ١٠٠١ حد موجب

المقدار الثانى يحتوى على ٥٠١ سالب ، ٥٠٠ موجب

عدد الحدود هو ٥٠٠

٦٤) هل يوجد حد خالي من س فى مفكوك $(س^{٢} + \frac{٢}{س^{٢}})^{١١}$

أ) نعم ب) لا جـ) ربما

$ح_{ر+١} = {}^{١١}ق_{ر} (س^{٢})^{١١-ر} (\frac{٢}{س^{٢}})^{ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{١١}ق_{ر} (س)^{٢٢-٢ر} (٢)^{ر} (س)^{-٢ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{١١}ق_{ر} (٢)^{ر} (س)^{٢٢-٤ر}$

بوضع ٢٢ − ٤ر = ٠

ر = $\frac{٢٢}{٤} = \frac{١١}{٢}$ مرفوض أى لايوجد حد خالى من س

٦٥) فى مفكوك $(أ - ب)^{ن}$ حسب قوى أ التنازلية حيث ن ≥ ٥ إذا كان كل من $ح_{٥}$ ، $ح_{٦}$ كل منهما معكوس جمعى للآخر فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...

أ) $\frac{ن-٥}{٦}$ ب) $\frac{ن-٤}{٥}$ جـ) $\frac{٥}{ن-٤}$ ء) $\frac{٦}{ن-٥}$

$ح_{٥} = - ح_{٦}$

${}^{ن}ق_{٤} (أ)^{ن-٤} (-ب)^{٤} = - {}^{ن}ق_{٥} (أ)^{ن-٥} (-ب)^{٥}$

${}^{ن}ق_{٤} = - {}^{ن}ق_{٥} (أ)^{-١} (-ب)$

$- \frac{{}^{ن}ق_{٥}}{{}^{ن}ق_{٤}} = \frac{-ب}{أ}$

$\frac{أ}{ب} = \frac{{}^{ن}ق_{٤}}{{}^{ن}ق_{٥}} = \frac{ن-٥+١}{٥} = \frac{ن-٤}{٥}$

٦٦) النسبة بين الحدين الأوسطين على الترتيب فى مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{٢ن-١}$ حسب قوى س التنازلية هو .....

أ) $س^{٢}$ ب) $\frac{س^{٢}}{٢ن}$ جـ) $\frac{س^{٢}}{ن}$ ء) $\frac{٢ن+١}{٢ن+٣}$

$\frac{٢ن-١+١}{٢} = ن$ ∴ $ح_{ن}$ ، $ح_{ن+١}$ هما الحدان الأوسطان

$\frac{ح_{ن+١}}{ح_{ن}} = \frac{ن}{٢ن-١-ن+١} \times \frac{س}{\frac{١}{س}} = س^{٢}$

٦٧) فى مفكوك $(س + أ)^{ن}$ إذا كان معامل الحد الثانى والعشرين هو نفسه معامل الحد التاسع من النهاية فإن ن = ...

أ) ٢٩ ب) ٣٠ جـ) ٣١ ء) ٣٢

$ح_{٢٢} = ح_{٩}$ من النهاية | $ح_{٩}$ من النهاية = ن+١ − ٩ + ١

$ح_{٢٢} = ح_{ن-٧}$ | $ح_{٩}$ من النهاية = ن − ٧

ن − ٧ = ٢٢

ن = ٢٩

٦٨) رتبة الحد الأوسط فى مفكوك $(١ + س + \frac{س^{٢}}{٤})^{ن}$ تساوى ..

أ) $\frac{ن}{٢} + ١$ ب) $\frac{ن+١}{٢}$ جـ) ن + ١ ء) $\frac{ن+٣}{٢}$

$(١ + س + \frac{س^{٢}}{٤})^{ن} = ((١ + \frac{س}{٢})^{٢})^{ن} = (١ + \frac{س}{٢})^{٢ن}$

$\frac{٢ن}{٢} + ١ = ن + ١$

٦٩) إذا كان أ هو مجموع معاملات الحدود الفردية الرتبة فى مفكوك $(٢س - \frac{٣}{س^{٢}})^{١٩}$ بينما ب و مجموع معاملات الحدود الزوجية الرتبة فى نفس المفكوك فإن أ + ب = ...

أ) −١ ب) ١ جـ) صفر ء) ٥

أ + ب = مجموع معاملات المفكوك نفسه = $(٢ - ٣)^{١٩} = -١$

٧٠) إذا كان أ ، ب هما معاملات $س^{ن}$ ، $س^{ن+١}$ على الترتيب فى مفكوك $(١ + س)^{٢ن+١}$ فإن ....

أ) أ = ٢ب ب) ب = ٢أ جـ) أ = ب ء) أ = −ب

$ح_{ر+١} = {}^{٢ن+١}ق_{ر} (س)^{ر}$ بوضع ر = ن

$ح_{ن+١} = {}^{٢ن+١}ق_{ن} (س)^{ن}$ ، $أ = {}^{٢ن+١}ق_{ن}$ (١)

بالمثل $ب = {}^{٢ن+١}ق_{ن+١}$ (٢) من ١ ، ٢ أ = ب

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٧١) إذا كان الحد المطلق فى مفكوك $(س + \frac{أ}{س^2})^9$ هو ٦٧٢ فإن أ = ...

أ) ٨ ب) ٢ جـ) ٣ ء) ٤

الحد المطلق هو الحد الخالى من س

$ح_{ر+1} = {}^9ق_ر \left(\frac{أ}{س^2}\right)^{9-ر} (س)^ر$

$ح_{ر+1} = {}^9ق_ر \; أ^{9-ر} \; س^{-18+2ر} \; (س)^ر$

$ح_{ر+1} = {}^9ق_ر \; أ^{9-ر} \; س^{-18+3ر}$

بوضع $-18 + 3ر = 0$

$ر = 6$

$ح_7 = 672$

${}^9ق_6 \; أ^3 = 672$

$84 \; أ^3 = 672$

٧٢) إذا كان الحد الأوسط فى ...

الحد التاسع فإن ن = ...

٧٣) إذا كان الحد الخالى من س فى مفكوك (... س ...)

هو $ح_7$ فإن ن = ...

أ) ٦ ب) ١٠ جـ) ١٢ ء) ٨

$ح_7 = {}^نق_6 (س)^{ن-6} \left(\frac{1}{س}\right)^6$

$ح_7 = {}^نق_6 (س)^{ن-6} \; س^{-6}$

$ح_7 = {}^نق_6 (س)^{ن-12}$

$ن - 12 = 0 \quad \therefore ن = 12$

٧٤) إذا كان معامل الحد الأوسط فى مفكوك $(1 + م س)^4$ يساوى معامل الحد الأوسط فى مفكوك $(1 - م س)^6$ فإن م ...

أ) $\frac{-3}{10}$ ب) $\frac{3}{10}$ جـ) $\frac{-3}{5}$ ء) $\frac{3}{5}$

$ح_3 = ح_4$

${}^4ق_2 (م)^2 = {}^6ق_3 (-م)^3 \qquad \therefore م = \frac{-3}{10}$

٧٥) إذا كانت النسبة بين معاملى حدين متتاليين فى مفكوك $(1 + س)^{24}$ حسب قوى س التصاعدية هى ٤ : ١ فإن الحدان هما ....

أ) $ح_4$ ، $ح_5$ ب) $ح_{20}$ ، $ح_{21}$ جـ) $ح_3$ ، $ح_4$ ء) $ح_{21}$ ، $ح_{22}$

$\frac{معامل \; ح_ر}{معامل \; ح_{ر+1}} = \frac{ر}{24 - ر + 1} \times \frac{1}{1}$

$\frac{4}{1} = \frac{ر}{24 - ر + 1}$

$96 - 4ر + 4 = ر \qquad -5ر = -100 \qquad \therefore ر = 20$

الحدود هى $ح_{20}$ ، $ح_{21}$

٧٦) فى مفكوك $\left(\frac{3س}{2} + \frac{2}{3س}\right)^ن$ إذا كانت النسبة بين الحدود الخامس والسادس والسابع هى ٤٠ : ٢٤ : ١١ حسب قوى س التنازلية فإن س = ...

جـ) $\pm \frac{2}{3}$ ء) $\pm \frac{3}{8}$

$\frac{\dots}{5} \times \frac{\dots}{\frac{3س}{2}} = \frac{24}{40}$

$\frac{ن - 4}{5} \times \frac{4}{9 س^2} = \frac{24}{40} \qquad (1)$

$\frac{ح_7}{ح_6} = \frac{11}{24}$

$\frac{ن - 6 + 1}{6} \times \frac{\frac{2}{3س}}{\frac{3س}{2}} = \frac{11}{24}$

$\frac{ن - 5}{6} \times \frac{4}{9 س^2} = \frac{11}{24} \qquad (2)$

بقسمة ١ ، ٢ $\quad \frac{ن - 4}{ن - 5} \times \frac{6}{ن - 5} = \frac{72}{55}$

$\frac{ن - 4}{ن - 5} = \frac{12}{11} \qquad ن - 4 = 12 \qquad ن = 16$

بالتعويض فى ١ $\quad \frac{16 - 4}{5} \times \frac{4}{9 س^2} = \frac{24}{40} \qquad س = \pm \frac{4}{3}$

٧٧) معامل $س^{7}$ فى مفكوك $(1 - س^{4})(1 + س)^{9}$ هو ....

أ) ٢٧ ب) –٢٤ جـ) ٤٨ ء) –٤٨

نوجد معامل $س^{7}$ ، $س^{3}$ فى مفكوك $(1 + س)^{9}$

$ح_{ر+1} = {}^{9}ق_{ر}\,(س)^{ر}$ بوضع ر = ٧ ، ر = ٣

فيكون الحد المشتمل على $س^{7}$ هو $ح_{8} = {}^{9}ق_{7}\,س^{7}$

ويكون الحد المشتمل على $س^{3}$ هو $ح_{4} = {}^{9}ق_{3}\,س^{3}$

ويكون معامل $س^{7}$ فى مفكوك $(1 - س^{4})(1 + س)^{9}$

هو $1 \times {}^{9}ق_{7}\,س^{7} - س^{4} \times {}^{9}ق_{3}\,س^{3}$

معامل $س^{7} = {}^{9}ق_{7} - {}^{9}ق_{3} = -48$

---

٧٨) $1 + \frac{5}{2}س + \frac{5 \times 4}{4\ \lfloor 2}س^{2} + \frac{5 \times 4 \times 3}{8\ \lfloor 3}س^{3} + ... + \frac{1}{32}س^{5} = 1024$ فإن س = ...

أ) ٥ ب) ٤ جـ) ٦ ء) ٨

١ + المقدار الأيمن = $(1 + \frac{1}{2}س)^{5}$

$\therefore (1 + \frac{1}{2}س)^{5} = 1024$

$1 + \frac{1}{2}س = 4 \quad \therefore \frac{1}{2}س = 3 \quad \therefore س = 6$

ملحوظة (١) هامه جداً مفكوك

$(1 + س)^{ن} = {}^{ن}ق_{0}\,(س)^{0} + {}^{ن}ق_{1}\,(س)^{1} + {}^{ن}ق_{2}\,(س)^{2} + ... + {}^{ن}ق_{ن}\,(س)^{ن}$

$\therefore (1 + س)^{ن} = {}^{ن}ق_{0} + {}^{ن}ق_{1}\,س + {}^{ن}ق_{2}\,س^{2} + ... + {}^{ن}ق_{ن}\,(س)^{ن}$

بوضع س = ١

$\therefore (1+1)^{ن} = {}^{ن}ق_{0} + {}^{ن}ق_{1} \times 1 + {}^{ن}ق_{2}\,(1)^{2} + ... + {}^{ن}ق_{ن}\,(1)^{ن}$

$\therefore 2^{ن} = {}^{ن}ق_{0} + {}^{ن}ق_{1} + {}^{ن}ق_{2} + ... + {}^{ن}ق_{ن-1} + {}^{ن}ق_{ن}$

لاحظ إذا كانت ن عدد فردى ليكن ن = ٥

$\therefore 2^{5} = {}^{5}ق_{0} + {}^{5}ق_{1} + {}^{5}ق_{2} + {}^{5}ق_{3} + {}^{5}ق_{4} + {}^{5}ق_{5}$

$\therefore 2^{5} = 2\,({}^{5}ق_{0} + {}^{5}ق_{1} + {}^{5}ق_{2})$ ضعف النصف الاول

إذا كانت ن عدد زوجى ليكن ن = ٤

$\therefore 2^{4} = {}^{4}ق_{0} + {}^{4}ق_{1} + {}^{4}ق_{2} + {}^{4}ق_{3} + {}^{4}ق_{4}$

$\therefore 2^{4} = 2\,({}^{4}ق_{0} + {}^{4}ق_{1}) + {}^{4}ق_{2}$

ضعف النصف ماقبل الاوسط + معامل الاوسط

ملحوظة (٢) هامه جداً مفكوك

$\therefore (1 + س)^{ن} = {}^{ن}ق_{0} + {}^{ن}ق_{1}\,س + {}^{ن}ق_{2}\,س^{2} + ... + {}^{ن}ق_{ن}\,(س)^{ن}$

بوضع س = –١

$(1-1)^{ن} = {}^{ن}ق_{0} + {}^{ن}ق_{1}(-1) + {}^{ن}ق_{2}(-1)^{2} + ... + {}^{ن}ق_{ن}(-1)^{ن}$

صفر $= {}^{ن}ق_{0} - {}^{ن}ق_{1} + {}^{ن}ق_{2} - .... + {}^{ن}ق_{ن}(-1)^{ن}$

شرط ن عدد فردى

---

٧٩) $\sum_{ر=0}^{13} {}^{27}ق_{ر} = ...$

أ) 2^{13} ب) 2^{14} جـ) 2^{26} ء) 2^{27}

$\sum_{ر=0}^{13} {}^{27}ق_{ر} = {}^{27}ق_{0} + {}^{27}ق_{1} + {}^{27}ق_{2} + ... + {}^{27}ق_{13}$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times ({}^{27}ق_{0} + {}^{27}ق_{1} + {}^{27}ق_{2} + ... + {}^{27}ق_{13})$

$= \frac{1}{2} \times 2^{27} = 2^{26}$

---

٨٠) $\sum_{ر=0}^{20} {}^{20}ق_{ر} = ...$

أ) 2^{20} ب) 2^{19} جـ) $2^{19} + \frac{1}{2}\,{}^{20}ق_{10}$ ء) 2^{27}

$\sum {}^{20}ق_{ر} = ({}^{20}ق_{0} + {}^{20}ق_{1} + {}^{20}ق_{2} + ... + {}^{20}ق_{20})$

$= 2^{20}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٨١) $\text{ق}_{.}^{\text{ن}} + \text{ق}_{١}^{\text{ن}}(\frac{١}{٣}) + \text{ق}_{٢}^{\text{ن}}(\frac{١}{٣})^{٢} + ... + \text{ق}_{\text{ن}}^{\text{ن}}(\frac{١}{٣})^{\text{ن}} = ...$

أ) $(\frac{١}{٣})^{\text{ن}}$ ب) $(\frac{٢}{٣})^{\text{ن}}$ جـ) $(\frac{٤}{٣})^{\text{ن}}$ ء) $(\frac{٥}{٣})^{\text{ن}}$

المقدار = $(١ + \frac{١}{٣})^{\text{ن}} = (\frac{٤}{٣})^{\text{ن}}$

٨٢) $\text{ق}_{.}^{\text{ن}} - \text{ق}_{١}^{\text{ن}} + \text{ق}_{٢}^{\text{ن}} + ... + \text{ق}_{\text{ن}}^{\text{ن}}(-١)^{\text{ن}} = ...$

أ) $(٢)^{\text{ن}}$ ب) $(-١)^{\text{ن}}$ جـ) صفر ء) $(-٢)^{\text{ن}}$

المقدار = $(١ + (-١))^{\text{ن}}$ = صفر

٨٣) الحد الذى له أكبر معامل فى مفكوك $(١ + \text{س})^{١٠}$ حسب قوى س التصاعدية هو ....

أ) $\text{ح}_{١١}$ ب) $\text{ح}_{٥}$ جـ) $\text{ح}_{٦}$ ء) $\text{ح}_{١٠}$

$\text{ح}_{\text{ر}+١}$ أكبر حد هو السابقة:

$\text{ح}_{\text{ر}+١} \geq \text{ح}_{\text{ر}}$ (١)

$\frac{\text{ح}_{\text{ر}+١}}{\text{ح}_{\text{ر}}} \geq ١$

$\frac{\text{ن} - \text{ر} + ١}{\text{ر}} \times |\frac{١}{١}| \geq ١$

$\frac{١٠ - \text{ر} + ١}{\text{ر}} \geq ١$

$\frac{١١ - \text{ر}}{\text{ر}} \geq ١$

$١١ - \text{ر} \geq \text{ر}$

$١١ \geq ٢\text{ر}$

$٥.٥ \geq \text{ر}$

ر = ٥ ، ٤ ، ٣ ، ١ ، ٠

$\text{ح}_{\text{ر}+١}$ أكبر حد هو ، من التالية:

$\text{ح}_{\text{ر}+١} \geq \text{ح}_{\text{ر}+٢}$ (٢)

$\frac{\text{ح}_{\text{ر}+١}}{\text{ح}_{\text{ر}+٢}} \geq ١$

$\frac{\text{ر} + ١}{\text{ن} - (\text{ر}+١) + ١} \times |\frac{١}{١}| \geq ١$

$\frac{\text{ر} + ١}{١٠ - \text{ر}} \times ١ \geq ١$

$\frac{\text{ر} + ١}{١٠ - \text{ر}} \geq ١$

$\text{ر} + ١ \geq ١٠ - \text{ر}$

$٢\text{ر} \geq ٩$

$\text{ر} \geq ٤.٥$

ر = ٥ ، ٦ ، ٧

ر = ٥ أى أكبر حد هو $\text{ح}_{٦}$

٨٤) الحد الذى له أصغر معامل فى مفكوك $(٢\text{س} + ٧\text{ص})^{٣}$ حسب قوى س التنازلية هو ......

أ) $\text{ح}_{٤}$ ب) $\text{ح}_{٣}$ جـ) $\text{ح}_{٢}$ ء) $\text{ح}_{١}$

معامل $\text{ح}_{١} = \text{ق}_{.}^{٣}(٢)^{٣}(٧)^{.} = ٨$

معامل $\text{ح}_{٢} = \text{ق}_{١}^{٣}(٢)^{٢}(٧)^{١} = ٨٤$

معامل $\text{ح}_{٣} = \text{ق}_{٢}^{٣}(٢)^{١}(٧)^{٢} = ٢٩٤$

معامل $\text{ح}_{٤} = \text{ق}_{٣}^{٣}(٢)^{.}(٧)^{٣} = ٣٤٣$

٨٥) فى مفكوك $(\text{س} + \text{ص})^{\text{ن}}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان الحد السابع هو الحد الذى له أكبر معامل فإن : ن = ...

أ) ١٢ ب) ١٣ جـ) ١٤ ء) ١٥

$\text{ح}_{٧} > \text{ح}_{٦}$ ∴ $\frac{\text{ح}_{٧}}{\text{ح}_{٦}} > ١$ ∴ $\frac{\text{ن} - ٦ + ١}{٦} > ١$

$\frac{\text{ن} - ٥}{٦} > ١$ ∴ $\text{ن} - ٥ > ٦$ ∴ $\text{ن} > ١١$

٨٦) إذا كان مجموع معاملات حدود مفكوك $(١ + ٢\text{س})^{\text{ن}}$ حسب قوى س التصاعدية يساوى ٦٥٦١ فإن أكبر معامل = ...

أ) ٨٩٦ ب) ٢٥٩٤ جـ) ١٧٩٢ ء) ١٩٧٢

مجموع معاملات المفكوك = $(١ + ٢)^{\text{ن}} = ٣^{\text{ن}}$

$٣^{\text{ن}} = ٦٥٦١ = ٣^{٨}$ ∴ ن = ٨

∴ $\frac{\text{ح}_{\text{ر}+١}}{\text{ح}_{\text{ر}}} \geq ١$.

$\frac{٨ - \text{ر} + ١}{\text{ر}} \times \frac{٢}{١} \geq ١$

$\frac{٩ - \text{ر}}{\text{ر}} \times \geq \frac{١}{٢}$

$٩ - \text{ر} \geq \frac{١}{٢}\text{ر}$

$٩ \geq \frac{٣}{٢}\text{ر}$

$٦ \geq \text{ر}$ ر = ٦ أو ٥

$\text{ح}_{٦} = \text{ق}_{٥}^{٨} \times ٢^{٥} = ١٧٩٢$

٨٧) أكبر حد فى مفكوك $(١ + ٤\text{س})^{٨}$ حسب قوى س التصاعدية عند $\text{س} = \frac{١}{٣}$ يساوى ....

أ) $٥٦ \times (\frac{٤}{٣})^{٥}$ ب) $٥٦ \times (\frac{٣}{٤})^{٥}$ جـ) $٥٦ \times (\frac{٤}{٣})^{٦}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

الأعداد المركبة

٨٨) ت + ت^{٢} + ت^{٣} + ... + ت^{١٠٠} = ...

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ ء) ١٠٠

٨٩) (١+ ت)^{١٢} = ...

أ) −٨ ب) ٣٢ جـ) ٦٤ ء) −٦٤

ع = ١ + ت يحول العدد للصورة المثلثية

س = ١ ، ص = ١ ربع أول

∴ ل = $\sqrt{(١)^{٢} + (١)^{٢}}$ = $\sqrt{١ + ١}$ = $\sqrt{٢}$

، θ = ظا$^{-١}$ $\frac{١}{١}$ = ٤٥ = $\frac{\pi}{٤}$

ع = $\sqrt{٢}$ (جتا $\frac{\pi}{٤}$ + ت جا $\frac{\pi}{٤}$)

ع^{١٢} = ($\sqrt{٢}$)^{١٢} (جتا ١٢ × $\frac{\pi}{٤}$ + ت جا ١٢ × $\frac{\pi}{٤}$)

ع^{١٢} = ٦٤ (جتا ٣π + ت جا ٣π)

ع^{١٢} = ٦٤ (جتا ١٨٠ + ت جا ١٨٠) = −٦٤

حل اخر: (١+ ت)^{١٢} =

٨٩) ($\frac{٢ت}{١ + ت}$)^{٥} =

أ) ١ + ت ب) ١ −

($\frac{٢ت}{١ + ت}$ × $\frac{١ - ت}{١ - ت}$)^{٥} = ($\frac{٢ت (١ - ت)}{١ + ١}$)^{٥}

(ت − ت^{٢})^{٥} = (ت+١)^{٥} = ((ت+١)^{٢})^{٢} (ت+١)

= (١ + ٢ت + ت^{٢})^{٢} (ت+١)

= −٤ (١+ت) = −٤ − ٤ت

٩٠) $\frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{أ + ب ت}$ = ٢ + ٣ت فإن أ × ب = ...

أ) ١٠ ب) −١٠ جـ) ٢٤ ء) −٢٤

$\frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{أ + ب ت}$ × $\frac{أ - ب ت}{أ - ب ت}$ = ٢ + ٣ت

أ − ب ت = ٢ + ٣ت

أ = ٢ ، ب = −٣ أ × ب = ٢ × −٣ = −٦

٩١) ت^{ن} × ت$^{ن+١}$ × ت$^{ن+٢}$ × ت$^{ن+٣}$ = ...

أ) صفر ب) ١ جـ) −١ ء) ت

ت^{ن} × ت$^{ن+١}$ × ت$^{ن+٢}$ × ت$^{ن+٣}$ = ت$^{٤ن+٦}$ = ت^{٤ن} × ت^{٦} = −١

٩٢) ت^{ن} + ت$^{ن+١}$ + ت$^{ن+٢}$ + ت$^{ن+٣}$ = ...

أ) صفر ب) ١ جـ) −١ ء) ت

ت^{ن} + ت$^{ن+١}$ + ت$^{ن+٢}$ + ت$^{ن+٣}$ = ت^{ن} (١ + ت + ت^{٢} + ت^{٣})

= ت^{ن} (١ + ت − ١ − ت) = صفر

٩٣) إذا كان : (١+ ت)^{٢ن} = (١ − ت)^{٢ن} فإن أقل قيمة للعدد ن من القيم تحقق ذلك هى ....

أ) ٤ ب) ٨ جـ) ٢ ء) ١٢

(١+ ت)^{٢ن} = (١ − ت)^{٢ن}

((١+ ت)^{٢})^{ن} = ((١ − ت)^{٢})^{ن}

(١+ ت^{٢} + ٢ت)^{ن} = (١+ ت^{٢} − ٢ت)^{ن}

أقل قيمة ل ن هى ن = ٢

٩٤) إذا كان ل ، م ... المعادلة س^{٢} + ١ = ٠ فإن

ل^{٢٠٢٢} + م^{٢٠٢٢} = ...

أ) ت ب) ٢ت جـ) −٢ ء) ٢٠١٨

س^{٢} = −١

س = $\pm$ ت

ل = ت ، م = −ت

ل^{٢٠٢٢} + م^{٢٠٢٢} = ت^{٢٠٢٢} + (−ت)^{٢٠٢٢}

= −١ − ١ = −٢

٩٥) إذا كان ل ، م جذرا المعادلة ٢ت س^{٢} − ٤ت س + ٣ت^{٣} = ٠ فإن ل^{٢} + م^{٢} = ...

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٥ ء) ٧

ل + م = $\frac{٤ت}{٢ت}$ = ٢ ، ل م = $\frac{٣ت^{٣}}{٢ت}$ = $\frac{-٣}{٢}$

ل^{٢} + م^{٢} = (ل + م)^{٢} − ٢ل م = (٢)^{٢} − ٢ × $\frac{-٣}{٢}$ = ٧

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٩٦) سعة العدد المركب ع = −٣ تساوى ....

أ) صفر ب) ٩٠° جـ) ١٨٠° ء) ٢٧٠°

٩٧) العدد ع = −٢ت بالصورة المثلثية يساوى ....

الحل ٢ (جتا١٨٠ + ت جا١٨٠)

٩٨) السعة الأساسية للعدد المركب ع = ١ − ت هى ....

أ) $\frac{\pi}{4}$ ب) $\frac{-\pi}{4}$ جـ) $\frac{-7\pi}{4}$ ء) $\frac{7\pi}{4}$

ربع رابع السعة = ظا$^{-1}$ $\frac{-1}{1}$ = −٤٥ = $\frac{-\pi}{4}$

٩٩) إذا كان ع = $\frac{1}{ع}$ فإن | ع | = ...

أ) صفر ب) ١ جـ) −١ ء) ±١

ع $\bar{ع}$ = ١ حيث ل هو مقياس العدد ع

ل (جتاθ + ت جاθ) × ل (جتاθ − ت جاθ) = ١

ل (جتاθ + ت جاθ) × ل (جتا −θ + ت جا −θ) = ١

ل^2 (جتا٠ + ت جا٠) = ١

ل^2 × ١ = ١ ∴ ل = ١

حل أخر العدد × مرافقه = مربع مقياسه

ع $\bar{ع}$ = ١

| ع |^2 = ١ | ع | = ١

١٠٠) إذا كان | ع | = ١٠ فإن ع $\bar{ع}$ = ...

أ) ١٠ ب) ١٠٠ جـ) ١ ء) −١٠٠

ع $\bar{ع}$ = | ع |^2 = (١٠)^2 = ١٠٠

١٠١) إذا كان | ع | = ٦ فإن | − $\bar{ع}$ | = ...

أ) ٦ ب) −٦ جـ) $\frac{1}{6}$ ء) − $\frac{1}{6}$

ملحوظة مقياس العدد يساوى مقياس المعكوس الجمعي يساوى

مقياس المرافق يساوى مقياس المعكوس الجمعي للمرافق

| − $\bar{ع}$ | = ٦

١٠٢) إذا كان | ع | + | $\bar{ع}$ | = ١٢ فإن | ت ع | = ...

أ) ١٢ ب) ١٢ت جـ) ٦ ء) −٦

| ع | = | $\bar{ع}$ | = ٦

| ت ع | = | ت | × | ع | = ١ × ٦ = ٦

١٠٣) إذا كان ع = $\frac{36}{\bar{ع}}$ فإن | ع |^2 − ٤ | ع | − ١٠ = ...

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ ء) ٥

ع $\bar{ع}$ = ٣٦ | المقدار = | ع |^2 − ٤ | ع | − ١٠

| ع |^2 = ٣٦ | = ٣٦ − ٤ × ٦ − ١٠ = ٢

| ع | = ٦

١٠٤) القيمة العددية للمقدار : هـ$^{\frac{\pi}{2}ت}$ − هـ$^{\frac{-\pi}{2}ت}$ = ...

أ) −٢ ب) صفر جـ) ١ ء) ٢

١٠٥) إذا كان ع = (١ + $\sqrt{3}$ ت)^ن وكان | ع | = ٨ فإن السعة الأساسية

أ) $\frac{\pi}{2}$ ب) $\frac{\pi}{3}$ جـ) $\frac{\pi}{6}$ ء) π

١ + $\sqrt{3}$ ت = ٢ (جتا٦٠ + ت جا٦٠)

(١ + $\sqrt{3}$ ت)^ن = ٢^ن (جتا٦٠ + ت جا٦٠)^ن

| ع | = ٨ = ٢^ن ∴ ن = ٣

ع = (١ + $\sqrt{3}$ ت)^ن = ٢^3 (جتا٦٠ + ت جا٦٠)^3

ع = ٢^3 (جتا١٨٠ + ت جا١٨٠) السعة = ١٨٠

١٠٦) مقياس العدد المركب ع = ١ + ت ظا٥١ يساوى ....

أ) جا٥١ ب) جتا٥١ جـ) ظا٥١ ء) قا٥١

ع = $\frac{جتا٥١}{جتا٥١}$ + ت $\frac{جا٥١}{جتا٥١}$ = $\frac{جتا٥١ + ت جا٥١}{جتا٥١}$

ع = $\frac{1}{جتا٥١}$ × (جتا٥١ + ت جا٥١) = قا٥١ (جتا٥١ + ت جا٥١)

١٠٧) فى الشكل المقابل : العدد ع على الصورة الأسية = ...

أ) هـ$^{\frac{13\pi}{18}ت}$ ب) هـ$^{\frac{-13\pi}{18}ت}$ جـ) ٣ هـ$^{\frac{13\pi}{18}ت}$ ء) ٣ هـ$^{\frac{-13\pi}{18}ت}$

المقياس = ٣ و السعة = −١٣٠

ع = ٣ هـ$^{\frac{-13\pi}{18}ت}$

٥٠° ٣ ع

١٠٨) فى الشكل المقابل : ع١ ، ع٢ عددان مركبان فإن $\frac{ع_1}{ع_2}$ = ...

أ) −٢ ب) ٢ جـ) −٢ت ء) ٢ت

ع١ = ٨ (جتا (١٨٠ − هـ) + ت جا (١٨٠ − هـ))

ع٢ = ٤ (جتا − (٩٠ + هـ) − ت جا − (٩٠ + هـ))

$\frac{ع_1}{ع_2}$ = ٢ (جتا (١٨٠ − هـ) + (٩٠ + هـ) + ت جا (١٨٠ − هـ) + (٩٠ + هـ)

= ٢ (جتا٢٧٠ + ت جا٢٧٠) = ٢ (٠ − ت) = −٢ت

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

أسئلة متنوعة :

١٠٩) إذا كانت سعة $(ع_1 ع_2) = \frac{٥\pi}{١٨}$ ، سعة $\left(\frac{ع_1}{ع_2}\right) = \frac{\pi}{٩}$ فإن سعة $ع_1 =$ ......

أ) $\frac{٧\pi}{٣٦}$ ب) $\frac{٥\pi}{٣٦}$ جـ) $\frac{\pi}{٣}$ ء) $\frac{\pi}{٤}$

$\theta_1 + \theta_2 = \frac{٥\pi}{١٨}$ (١)

$\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{٩}$ (٢) بالجمع

$٢\theta_1 = \frac{٧\pi}{١٨}$ $\therefore \theta_1 = \frac{٧\pi}{٣٦}$

١١٠) إذا كانت سعة $(ع_1 ع_2) = \frac{\pi}{٦}$ ، سعة $(ع_1 ع_3) = \frac{٢\pi}{٩}$ ، $(ع_2 ع_3) = \frac{٥\pi}{١٨}$

فإن سعة $ع_1 ع_2 ع_3 =$ ......

أ) $\frac{٧\pi}{٣٦}$ ب) $\frac{٥\pi}{٣٦}$ جـ) $\frac{\pi}{٣}$ ء) $\frac{\pi}{٤}$

$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{٦}$ (١)

$\theta_1 + \theta_3 = \frac{٢\pi}{٩}$ (٢)

$\theta_2 + \theta_3 = \frac{٥\pi}{١٨}$ (٣) بالجمع

$٢\theta_1 + ٢\theta_2 + ٢\theta_3 = \frac{٢\pi}{٣}$

$\therefore \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{\pi}{٣}$

١١١) المقياس والسعة للعدد ع = ظا θ − ت هو .....

$ع = \frac{جا\theta}{جتا\theta} - ت = \frac{١}{جتا\theta}(جا\theta - ت\, جتا\theta)$

$ع = \frac{١}{جتا\theta}\left(جتا(-\frac{\pi}{٢}+\theta) - ت\, جا(-\frac{\pi}{٢}+\theta)\right)$

مثال المقياس والسعة للعدد $ع = \frac{١ + ت\, ظا\theta}{١ - ت\, ظا\theta}$ هو ....

$ع = \frac{١ + ت\frac{جا\theta}{جتا\theta}}{١ - ت\frac{جا\theta}{جتا\theta}}$ بالضرب فى $\frac{جتا\theta}{جتا\theta}$

$= \frac{جتا\theta + ت\, جا\theta}{جتا\theta - ت\, جا\theta} = \frac{جتا\theta + ت\, جا\theta}{جتا-\theta + ت\, جا-\theta} = جتا٢\theta + ت\, جا٢\theta$

١١٢) المقياس والسعة للعدد $ع = \frac{١}{١ + ت\, ظا\theta}$ هو ....

$ع = \frac{١}{١ + ت\frac{جا\theta}{جتا\theta}}$ بالضرب فى $\frac{جتا\theta}{جتا\theta}$

$ع = \frac{جتا\theta}{جتا\theta + ت\, جا\theta} = جتا\theta\,(جتا\theta + ت\, جا\theta)^{-1}$

$= جتا\theta\,(جتا-\theta + ت\, جا-\theta)$

١١٣) المقياس والسعة للعدد $ع = \frac{جتا\theta - ت\, جا\theta}{١ + ت\, ظا\theta}$ هو .....

$ع = \frac{جتا\theta - ت\, جا\theta}{١ + ت\frac{جا\theta}{جتا\theta}}$ بالضرب فى $\frac{جتا\theta}{جتا\theta}$

$ع = \frac{جتا\theta\,(جتا\theta - ت\, جا\theta)}{جتا\theta + ت\, جا\theta}$

$ع = \frac{جتا\theta\,(جتا-\theta + ت\, جا-\theta)}{جتا\theta + ت\, جا\theta} = جتا\theta\,(جتا-٢\theta + ت\, جا-٢\theta)$

١١٤) إذا كان العدد المركب ع سعته θ ، $|ع| = ١$ فإن

سعة العدد المركب $\left(\frac{١ + ع}{١ + \bar{ع}}\right)$ تساوى ....

$\frac{١ + ع}{١ + \bar{ع}} = \frac{١ + جتا\theta + ت\, جا\theta}{١ + جتا\theta - ت\, جا\theta} = \frac{١ + ٢جتا^٢\frac{\theta}{٢} - ١ + ٢ت\, جا\frac{\theta}{٢}جتا\frac{\theta}{٢}}{١ + ٢جتا^٢\frac{\theta}{٢} - ١ - ٢ت\, جا\frac{\theta}{٢}جتا\frac{\theta}{٢}}$

$= \frac{٢جتا^٢\frac{\theta}{٢} + ٢ت\, جا\frac{\theta}{٢}جتا\frac{\theta}{٢}}{٢جتا^٢\frac{\theta}{٢} - ٢ت\, جا\frac{\theta}{٢}جتا\frac{\theta}{٢}}$

$= \frac{٢جتا\frac{\theta}{٢}\left(جتا\frac{\theta}{٢} + ت\, جا\frac{\theta}{٢}\right)}{٢جتا\frac{\theta}{٢}\left(جتا\frac{\theta}{٢} - ت\, جا\frac{\theta}{٢}\right)}$

$= \frac{\left(جتا\frac{\theta}{٢} + ت\, جا\frac{\theta}{٢}\right)}{\left(جتا-\frac{\theta}{٢} + ت\, جا-\frac{\theta}{٢}\right)} = جتا\theta + ت\, جا\theta$

١١٥) إذا كان $|ع| = |ع - ٢|$ فإن الجزء الحقيقى للعدد ع يساوى ....

$ع = س + ت\, ص$ $ع - ٢ = س + ت\, ص - ٢$

$|ع| = س^٢ + ص^٢$ ، $|ع - ٢| = (س - ٢)^٢ + ص^٢$

$\because |ع| = |ع - ٢|$

$\therefore س^٢ + ص^٢ = (س - ٢)^٢ + ص^٢$

$س^٢ + ص^٢ = س^٢ + ٤ - ٤س + ص^٢$ $\therefore س = ٤$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١١٦) $\omega^{٢٢} + \omega^{٣٢} =$ ....

أ) ω ب) ١ جـ) ١- ء) صفر

$\omega^{٢٢} + \omega^{٣٢} = \omega^{٢١} \times \omega + \omega^{٣٠} \times \omega^{٢} = \omega + \omega^{٢} = -١$

١١٧) $\omega^{-١٢} + \frac{١}{\omega} =$ ....

أ) $\omega^{٢}$ ب) $-\omega$ جـ) $٢\omega^{٢}$ ء) ٢ω

$\omega^{-١٢} + \frac{١}{\omega} = \frac{١}{\omega^{١٢}} + \frac{١}{\omega} = \frac{\omega^{١٢}}{\omega^{١٢}} + \frac{\omega^{٣}}{\omega} = ١ + \omega^{٢} = -\omega$

١١٨) $\omega^{٢٠٢٠} + \omega^{٢٠٢١} + \omega^{٢٠٢٢} =$ ....

أ) ω ب) $\omega^{٢}$ جـ) صفر ء) ١

$\omega^{٢٠٢٠} + \omega^{٢٠٢١} + \omega^{٢٠٢٢} = \omega^{٢٠١٩} \times \omega + \omega^{٢٠١٩} \times \omega^{٢} + \omega^{٢٠٢٢}$

$= \omega + \omega^{٢} + ١ =$ صفر

١١٩) $\left(\frac{١}{\omega} - \frac{١}{\omega^{٢}}\right)$ ...

أ) $\pm\sqrt{٣}$ ت ب ...

$\left(\frac{١}{\omega} - \frac{١}{\omega^{٢}}\right)^{٢} =$ ...

١٢٠) $\left(\omega^{٢} + \frac{١}{\omega}\right)$ ...

أ) ٢ ب) صفر جـ) ٣- ء) ٥-

$\left(\omega^{٢} + \frac{١}{\omega}\right)\left(١ + \frac{١}{\omega^{٢}}\right)^{٢} = \left(\omega^{٢} + \omega^{٢}\right)\left(١ + \omega\right)^{٢}$

$= ٢\omega^{٢} \times \left(-\omega^{٢}\right)^{٢} = ٢\omega^{٢} \times \omega^{٤}$

$= ٢\omega^{٦} = ٢$

١٢١) إذا كان م ، ب ، جـ ثلاث أعداد متتالية

فإن $\omega^{م} + \omega^{ب} + \omega^{جـ} =$ ......

أ) صفر ب) ١ جـ) $\omega^{٢}$ ء) ω

$\omega^{١} + \omega^{٢} + \omega^{٣} = \omega + \omega^{٢} + ١ =$ صفر

١٢٢) مرافق العدد ω يساوى ....

أ) ω ب) ١ جـ) $\omega^{٢}$ ء) $-\omega$

مرافق العدد ω يساوى $\omega^{٢}$

١٢٣) مرافق العدد $١ + \omega$ هو ....

أ) $١ - \omega$ ب) $١ + \omega^{٢}$ جـ) $١ - \omega^{٢}$ ء) $-\omega^{٢}$

مرافق العدد ω يساوى $١ + \omega^{٢}$

١٢٤) مرافق العدد $٢\omega + ٣\omega^{٢}$

أ) $٢\omega - ٣\omega^{٢}$ ب) $٢\omega^{٢} + ٣\omega$

جـ) $٣\omega - ٢\omega^{٢}$ ء) $٢\omega + ٣\omega^{٢}$

مرافق العدد $٢\omega + ٣\omega^{٢}$ هو $٢\omega^{٢} + ٣\omega$

١٢٥) $\frac{٣}{٢ + \omega} =$ ....

أ) $٢ - \omega$ ب) $٢ + \omega^{٢}$ جـ) $٣(١ + \omega)^{٣}$ ء) $٣\omega^{٢}$

$\frac{٣}{٢ + \omega} \times \frac{٢ + \omega^{٢}}{٢ + \omega^{٢}} = \frac{٣(٢ + \omega^{٢})}{٤ + ٢\omega^{٢} + ٢\omega + \omega^{٣}}$

$= \frac{٣(٢ + \omega^{٢})}{٥ + ٢(\omega^{٢} + \omega)} = \frac{٣(٢ + \omega^{٢})}{٥ - ٢}$

$= ٢ + \omega^{٢}$

١٢٦) إذا كان ع = $٢ + ٣\omega^{٢}$ فإن ع $\bar{ع}$ = ...

... ٦ جـ) ٧ ء) ٩

... $(\omega^{٢}$ ...$)(٢ + ٣\omega)$

... + $٦\omega^{٢}$ + ٩

= ٤ - ... + ٩ = ٧



سلسلة المهندس

فى الرياضيات

للاستاذ احمد فكرى

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٢٧) قيمة $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\dots+\omega^{100}$

أ) صفر ب) ١ جـ) ω د) $-\omega^2$

هى صورة متتابعة هندسية $\text{جـ}_{\text{ن}} = \dfrac{\text{أ} - \text{أ ل}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}}$

$\text{جـ}_{\text{ن}} = \dfrac{\text{أ} - \text{أ ل}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}} = \dfrac{1-\omega^{100}\times\omega}{1-\omega}$

$= \dfrac{1-\omega^{101}}{1-\omega} = \dfrac{1-\omega^{2}}{1-\omega} = 1+\omega = -\omega^2$

---

١٢٨) $\left(\dfrac{5-3\omega^2}{5\omega-3} - \dfrac{2-7\omega}{2\omega^2-7}\right)^4 = \dots\dots\dots$

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ٩ د) ٨١

المقدار $= \left(\dfrac{5\omega^3-3\omega^2}{5\omega-3} - \dfrac{2\omega^3-7\omega}{2\omega^2-7}\right)^4$

$= \left(\dfrac{\omega^2(5\omega-3)}{5\omega-3} - \dfrac{\omega(2\omega^2-7)}{2\omega^2-7}\right)^4$

$= (\omega^2-\omega)^4 = (\pm\sqrt{3}\,\text{ت})^4 = 9$

---

١٢٩) إذا كان $\text{أ} = 2\omega - 3\omega^2$ ، $\text{ب} = 3 + 5\omega^2$ فإن $\text{أ}^2+\text{ب}^2 = \dots\dots\dots$

أ) -37 ب) -19 جـ) ١ د) ٣٨

$\text{أ}^2+\text{ب}^2 = (\text{أ}+\text{ب})^2 - 2\,\text{أ ب}$

$= (2\omega-3\omega^2+3+5\omega^2)^2 - 2(2\omega-3\omega^2)(3+5\omega^2)$

$= (2\omega^2+2\omega+2+1)^2 - 2(6\omega+10\omega^3-9\omega^2-15\omega^4)$

$= (1) - 2(6\omega+10-9\omega^2-15\omega)$

$= 1 - 2(-9\omega-9-9\omega^2+19)$

$= 1 - 2(19) = 1 - 38 = -37$

---

١٣٠) $(\text{أ}+\text{ب}\omega+\text{أ}\omega^2)(\text{أ}+\text{ب}\omega^2+\text{أ}\omega^4) = \dots\dots$

أ) ١ ب) $\text{أ}-\text{ب}$ جـ) $(\text{أ}-\text{ب})^2$ د) $\text{ب}^2-\text{أ}^2$

$= (\text{أ}(1+\omega^2)+\text{ب}\omega)(\text{أ}(1+\omega)+\text{ب}\omega^2)$

$= (\text{أ}(-\omega)+\text{ب}\omega)(\text{أ}(-\omega^2)+\text{ب}\omega^2)$

$= (-\text{أ}\omega+\text{ب}\omega)(-\text{أ}\omega^2+\text{ب}\omega^2)$

$= \omega(-\text{أ}+\text{ب})\,\omega^2(-\text{أ}+\text{ب})$

$= \omega^3(-\text{أ}+\text{ب})^2 = (\text{أ}-\text{ب})^2$

---

١٣١) قيمة $\sum_{\text{ر}=1}^{5}\omega^{\text{ر}} = \dots\dots\dots\dots$

أ) صفر ب) -1 جـ) ١ د) ω^2

المقدار $= \omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5$

$= \omega+\omega^2+1+\omega+\omega^2 = \omega+\omega^2 = -1$

---

١٣٢) حل المعادلة $\text{س}^2 = 1 + \omega^2$ هو ....

أ) $\pm\omega^2\,\text{ت}$ ب) ١ جـ) ٢ د) ω^2

$\text{س}^2 = -\omega$

$\text{س} = \pm\sqrt{-\omega} = \pm\sqrt{\omega}\,\text{ت} = \pm\sqrt{\omega^4}\,\text{ت} = \pm\omega^2\,\text{ت}$

---

١٣٣) حل المعادلة $4\text{س}^2 - 4\omega\,\text{س} - \omega = 0$

$\text{س} = \dfrac{-\text{ب}\pm\sqrt{\text{ب}^2-4\,\text{أ جـ}}}{2\,\text{أ}} = \dfrac{4\omega\pm\sqrt{16\omega^2-4(4)(-\omega)}}{2\times4}$

$\text{س} = \dfrac{4\omega\pm\sqrt{32\omega^2}}{8} = \dfrac{4\omega\pm4\sqrt{2}\,\omega}{8}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٣٤) $\begin{vmatrix} \text{جتا}\theta & \text{جا}\theta \\ \text{جا}\theta & -\text{جتا}\theta \end{vmatrix}$ = ...

١) صفر ٢) ١ ٣) -١ ٤) $\text{جتا}^2 \text{س}$

المقدار = $\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$

١٣٥) $\begin{vmatrix} \text{ت} & \omega \\ \omega & \text{ت} \end{vmatrix}$

١) ١ ٢) -١

المقدار = $\omega^2 - \text{ت}^2 = \omega$

١٣٦) $\begin{vmatrix} 1 & \text{س} \\ \text{س} & 1 \end{vmatrix}$ + | ٥ ; -٢ | ... | ٧ ; ٣ | = ٣٢

١) ±١ ٢) ±٢ ٣) ±٣ ٤) ±٤

$\text{س}^2 - 1 + 15 + 14 = 32$

$\text{س}^2 = 32 - 28$

∴ $\text{س} = \pm 2$

١٣٧) قيمة المحددة $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \omega^2 & \omega & 1 \\ \omega & \omega^2 & 1 \end{vmatrix}$ = ...

١) $3\sqrt{3}\,\text{ت}$ ٢) $\pm 3\sqrt{3}\,\text{ت}$ ٣) $-3\sqrt{3}\,\text{ت}$

المقدار = $(\omega^2 - \omega^4) - (\omega - \omega^2) + (\omega^2 - \omega) =$

المقدار = $(\omega^2 - \omega) + (\omega^2 - \omega) + (\omega^2 - \omega)$

$= 3(\omega^2 - \omega) = \pm 3\sqrt{3}\,\text{ت}$

١٣٨) مجموعة حل $\begin{vmatrix} 2 & 1 & \text{س} \\ 3 & \text{س} & 0 \\ \text{س} & 0 & 0 \end{vmatrix} - 8 = 0$

١) {-٢} ٢) {٢} ٣) {±٢} ٤) {٨}

$\text{س}^3 - 8 = 0$

$\text{س} = 2$

١٣٩) إذا كان: $\begin{vmatrix} 1 & \text{ب} & \text{أ} \\ 1 & \text{ص} & \text{س} \\ 1 & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix} = 30$

فإن $\begin{vmatrix} 1 & \text{ب} & \text{أ}+4 \\ 1 & \text{ص} & \text{س}+4 \\ 1 & \text{هـ} & \text{ء}+4 \end{vmatrix}$ = ...

٣) ٣٤ ٤) ١٢٠

$\begin{vmatrix} 1 & \text{ب} & 4 \\ 1 & \text{ص} & 4 \\ 1 & \text{هـ} & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & & \\ 1 & & \text{س} \\ 1 & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix}$

$= 30 + 4 \begin{vmatrix} 1 & \text{ب} & 1 \\ 1 & \text{ص} & 1 \\ 1 & \text{هـ} & 1 \end{vmatrix} = 30 + 4\times 0 = 30$

١٤٠) $\begin{vmatrix} \text{جـ} & 5 & \text{أ}+\text{ب} \\ \text{أ} & 5 & \text{ب}+\text{جـ} \\ \text{ب} & 5 & \text{أ}+\text{جـ} \end{vmatrix}$ = ...

١) ٥ ٢) ٤ ٣) ٣ ٤) صفر

المقدار = $\begin{vmatrix} \text{جـ} & 5 & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} \\ \text{أ} & 5 & \text{ب}+\text{جـ}+\text{أ} \\ \text{ب} & 5 & \text{أ}+\text{جـ}+\text{ب} \end{vmatrix}$

$= 5(\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ}) \begin{vmatrix} \text{جـ} & 1 & 1 \\ \text{أ} & 1 & 1 \\ \text{ب} & 1 & 1 \end{vmatrix}$ = صفر

سلسلة المهندس

فى الرياضيات

للإستاذ احمد فكرى

١٤١) $\begin{vmatrix} \text{قاس} & \text{قاس} & 1 \\ \text{قاس} & \text{ظاس} & 1 \\ -\text{ظاس} & \text{قاس} & 1 \end{vmatrix} = ...$

١) صفر ٢) ١ ٣) −١ ٤) ٢

المقدار = $\xleftarrow{-ص_3 + ص_1 \;,\; -ص_3 + ص_2}$

$= \begin{vmatrix} \text{قاس} + \text{ظاس} & 0 & 0 \\ \text{قاس} + \text{ظاس} & \text{ظاس} - \text{قاس} & 0 \\ -\text{ظاس} & \text{قاس} & 1 \end{vmatrix}$

= − (١ × (ظاس − قاس) (قاس + ظاس))

= (قاس − ظاس) (قاس + ظاس) = (قا^{2}س − ظا^{2}س) = ١

---

١٤٢) فى الشكل المقابل : أ ء ينصف أ

$\begin{vmatrix} \overset{5}{\text{أجـ} + \text{أب}} & \overset{3}{\text{أجـ}} & \overset{2}{\text{أب}} \\ \text{بجـ} & \text{ءجـ} & \text{بء} \end{vmatrix} = ...$

١) صفر ٢) ١ ٣) −١ ٤) ٢

$\frac{\text{بء}}{\text{ءجـ}} = \frac{\text{بأ}}{\text{أجـ}}$

$\frac{\text{بأ}}{\text{بء}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{ءجـ}} = \frac{\text{بأ} + \text{أجـ}}{\text{بء} + \text{ءجـ}} = م$

بأ = م(بء) ، أجـ = م(ءجـ)

بأ + أجـ = م(بء + ءجـ) = م(بجـ)

المقدار = $\begin{vmatrix} \overset{5}{م(\text{بجـ})} & \overset{3}{م(\text{ءجـ})} & \overset{2}{م(\text{بء})} \\ \text{بجـ} & \text{ءجـ} & \text{بء} \end{vmatrix} = 0$

---

١٤٣) فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$

$\begin{vmatrix} \overset{3}{\text{أهـ}} & \overset{2}{\text{أء}} & \overset{1}{\text{ءهـ}} \\ \text{أجـ} & \text{أب} & \text{بجـ} \end{vmatrix} = ...$

١) صفر ٢) ١ ٣) −١ ٤) ٢

$\frac{\text{أء}}{\text{أب}} = \frac{\text{أهـ}}{\text{أجـ}} = \frac{\text{ءهـ}}{\text{بجـ}} = م$

أء = م(أب) ، أهـ = م(أجـ)

ءهـ = م(بجـ)

المقدار = $\begin{vmatrix} \overset{3}{م(\text{أجـ})} & \overset{2}{م(\text{أب})} & \overset{1}{م(\text{بجـ})} \\ \text{أجـ} & \text{أب} & \text{بجـ} \end{vmatrix}$

= م $\begin{vmatrix} \overset{3}{(\text{أجـ})} & \overset{2}{(\text{أب})} & \overset{1}{(\text{بجـ})} \\ \text{أجـ} & \text{أب} & \text{بجـ} \end{vmatrix}$ = صفر

---

١٤٤) قيمة س التى تجعل

$\begin{vmatrix} 3س & 2س & س \\ س & 2س & 3س \\ 0 & -س & س \end{vmatrix} = 96$

١) صفر ٢) −٢ ٣) −١ ٤) ٣

$\xleftarrow{ع_2 + ع_3 + ع_1} \begin{vmatrix} 3س & 2س & 6س \\ س & 2س & 6س \\ 0 & -س & 0 \end{vmatrix} = 96$

س = −٢

١٤٥) قيمة س التى تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} \text{س} & ٢ \\ -٣ & ٣ \end{pmatrix}$ منفردة

١) ٢ ٢) -٢ ٣) $\frac{١}{٢}$ ٤) -٣

المصفوفة منفردة ∴ $\begin{vmatrix} \text{س} & ٢ \\ -٣ & ٣ \end{vmatrix} = ٠$ ∴ ٣س + ٦ = ٠ ∴ س = -٢

---

١٤٦) قيمة أ التى تجعل للمصفوفة أ = $\begin{pmatrix} ٢ & \text{أ} \\ \text{أ} & ٨ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربى هى ....

١) -٤ ٢) ٤ ٣) ± ٤ ٤) ١٦

$\begin{vmatrix} ٢ & \text{أ} \\ \text{أ} & ٨ \end{vmatrix} = ٠$ ١٦ - أ^{٢} = ٠ أ^{٢} = ١٦ أ = ± ٤

---

١٤٧) إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & -٥ \end{pmatrix}$ فإن : أ$^{\text{مل}}$ = ... = .

١) $\begin{pmatrix} -٥ & -٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$ ٢) $\begin{pmatrix} ٣ & -٥ \\ [illegible] & [illegible] \end{pmatrix}$ ٣) $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ ٤) $\begin{pmatrix} -٥ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$

م = $\begin{pmatrix} -٥ & -٣ \\ -٢ & ١ \end{pmatrix}$ ... = $\begin{pmatrix} -٥ & -٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$

---

١٤٨) إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٣ & \dots \\ ١ & \dots \end{pmatrix}$ ...

١) $\begin{pmatrix} ١٠ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{pmatrix}$ ... ٣) $\begin{pmatrix} \dots & ١ \\ \dots & ١٠ \end{pmatrix}$ ٤) $\begin{pmatrix} ١ & ١٠ \\ ١٠ & ١ \end{pmatrix}$

م = $\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$ تسمى بمصفوفة المرافقات ، أ$^{\text{مل}}$ = $\begin{pmatrix} ٤ & -٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$

أ أ$^{\text{مل}}$ = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٤ & -٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٢ - ٢ & ٦ - ٦ \\ ٤ - ٤ & -٢ + ١٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٠ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{pmatrix}$

حل اخر أ أ$^{\text{مل}}$ = |أ| I = ١٠ $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٠ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{pmatrix}$

---

١٤٩) لأى مصفوفة مربعة أ إذا كان : أ^{٢} - أ + I = ٠ فإن أ$^{-١}$ = ...

١) أ$^{-٢}$ ٢) أ + I ٣) I - أ ٤) أ - I

بالضرب فى أ$^{-١}$ × أ^{٢} - أ$^{-١}$ × أ + أ$^{-١}$ × I = ٠

∴ أ - I + أ$^{-١}$ = ٠ ∴ أ$^{-١}$ = I - أ

---

١٥٠) قيمة أ التى تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ & ٥ \\ ١ & \text{أ} & ٢ \\ ٠ & ١ & -١ \end{pmatrix}$ منفردة هى ....

١) $\frac{-٥}{٣}$ ٢) $\frac{٥}{٣}$ ٣) ٢ ٤) ٣

المصفوفة منفردة ∴ $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٥ \\ ١ & \text{أ} & ٢ \\ ٠ & ١ & -١ \end{vmatrix} = ٠$

٢(- أ - ٢) - ٣(-١ - ٠) + ٥(١ - ٠) = ٠ ∴ -٢أ - ٤ + ٣ + ٥ = ٠ ∴ أ = ٢

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٥١) إذا كانت أ ، ب مصفوفتان غير منفردتين فإن (أ ب)$^{-١}$ = ...

١) أ ب ٢) أ$^{-١}$ ب$^{-١}$ ٣) ب$^{-١}$ أ$^{-١}$ ٤) (ب أ)$^{-١}$

---

١٥٢) إذا كانت أ مصفوفة مربعة ، |أ| = ٤ فإن أ أ^{مد} = ...

١) ٤ ٢) ٤ I ٣) I ٤) $\frac{١}{٤}$ I

أ أ^{مد} = |أ| I = ٤ I

---

١٥٣) المصفوفه س والتى تحقق أن $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ × س = $\begin{pmatrix} -١ \\ ٣ \end{pmatrix}$ هى ....

س = $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}^{-١} \begin{pmatrix} -١ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ١ ولإيجاد المعكوس الضربى $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}^{-١}$

$\triangle$ = $\begin{vmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٠ \end{vmatrix}$ = ٠ + ٣ = ٣ $\triangle \neq$ صفر

∴ أ$^{-١}$ = $\frac{١}{٣}\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٠ & \frac{١}{٣} \\ -١ & \frac{٢}{٣} \end{pmatrix}$ بالتعويض فى ١

∴ س = $\begin{pmatrix} ٠ & \frac{١}{٣} \\ -١ & \frac{٢}{٣} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -١ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ∴ س = $\begin{pmatrix} ٠ + ١ \\ ١ + ٢ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix}$

١٥٤) إذا كانت المصفوفة أ على النظام ٢×٢ وكان |أ| = ٥ فإن |٣ أ| = ... الحل |٣ أ| = ٣^{٢} × ٥ = ٤٥

١) ٥ ٢) ١٥ ٣) ٤٥ ٤) ١٠

قاعدة هامة إذا كانت المصفوفة أ على النظام ٢×٢ وكان |أ| = ن فإن |ك أ| = ك^{٢} ن

قاعدة هامة إذا كانت المصفوفة أ على النظام ٣×٣ وكان |أ| = ن فإن |ك أ| = ك^{٣} ن

---

١٥٥) إذا كانت أ ، ب مصفوفتان على النظم ٣×٣ وكان أ = ٢ب ، |ب| = ٥ فإن |أ| = ...

١) ٨ ٢) ١٦ ٣) ٣٢ ٤) ٤٠

|أ| = |٢ب| = ٢^{٣} × ٥ = ٨ × ٥ = ٤٠

---

١٥٦) إذا كانت I مصفوفة الوحدة على النظم ٢×٢ فإن |٤ I| = ...

١) ٤ ٢) ٦ ٣) ٨ ٤) ١٦

|٤ I| = ٤^{٢} |I| = ١٦ × ١ = ١٦

---

١٥٧) إذا كانت المصفوفة أ على النظام ٣×٣ وكان |أ| = -٣ فإن |أ أ^{مد}| = ...

١) ٣ ٢) -٢٧ ٣) ٢٧ ٤) -٩

قاعدة هامة إذا كانت المصفوفة أ على النظام ٢×٢ وكان |أ| = ن فإن |أ^{مد}| = ن

قاعدة هامة إذا كانت المصفوفة أ على النظام ٣×٣ وكان |أ| = ن فإن |أ^{مد}| = ن^{٢}

|أ أ^{مد}| = |أ| |أ^{مد}| = -٣ (-٣)^{٢} = -٢٧

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٥٨) إذا كان أ مصفوفة مربعة على النظم ٣ × ٣ وكان $|أ| = ٥$ فإن $|أ^{مد}| =$ ....

١) ٥   ٢) ٢٥   ٣) ١٢٥   ٤) $\frac{١}{٥}$

$|أ^{مد}| = (٥)^{٢} = ٢٥$

---

١٥٩) إذا كانت أ مصفوفة غير منفردة فإن $(أ)^{مد} =$ ....

١) $|أ|\ أ^{-١}$ ٢) $(أ^{مد})^{-١}$ ٣) ١٢٥   ٤) $|أ^{مد}|$

$أ^{-١} = \frac{١}{|أ|} \times أ^{مد}$ $(أ)^{مد} = |أ|\ أ^{-١}$

---

١٦٠) إذا كان $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٤ & ٥ \\ ٣ & ١٢ & ١٥ \end{pmatrix}$ فإن ر(أ) = ...

١) صفر   ٢) ١   ٣) ٢   ٤) ٣

$\begin{vmatrix} ١ & ٤ \\ ٣ & ١٢ \end{vmatrix} = ١٢ - ١٢ = ٠$ ، $\begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ٣ & ١٥ \end{vmatrix} = ١٥ - ١٥ = ٠$ ، $\begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ٣ & ١٥ \end{vmatrix} = ١٥ - ١٥ = ٠$ أ ليست من الرتبة الثانية

[illegible] ١×١

ر(أ) = ١

---

١٦١) إذا كان $أ = \begin{pmatrix} ٣ & [illegible] \\ ٢ & [illegible] \end{pmatrix}$

١) صفر   [illegible] ٢   ٤) ٣

تكون جميع المحددات على النظم ٢ × ٢ لنحصل على محدد لا يساوى صفر

$\begin{vmatrix} ٣ & -٢ \\ ٢ & -٣ \end{vmatrix} = -٩ + ٤ = -٥ \neq$ صفر   ر(أ) = ٢

---

١٦٢) إذا كان $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٠ & ٣ \\ ١ & ٥ & -١ \\ ٢ & ٣ & ٤ \end{pmatrix}$ فإن ر(أ) = ...

$|أ| = \begin{vmatrix} ٢ & ٠ & ٣ \\ ١ & ٥ & -١ \\ ٢ & ٣ & ٤ \end{vmatrix} = ٢٥ \neq$ صفر   ر(أ) = ٣   وهى نظم المصفوفة

---

١٦٣) إذا كان $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ١ & ٤ \\ ٢ & ٣ & ٥ \\ -١ & ٢ & ١ \end{pmatrix}$ فإن ر(أ) = ...

$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ١ & ٤ \\ ٢ & ٣ & ٥ \\ -١ & ٢ & ١ \end{vmatrix} =$ صفر ، نبحث على أعلى محدد أصغر على سبيل المثال $\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٧ \neq ٠$

ر(أ) = ٢

سلسلة المهندس

فى الرياضيات

للإستاذ احمد فكرى

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٦٤) مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٥ ، ٢س − ص = ١

$$\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix}^{-١} \begin{pmatrix} ٥ \\ ١ \end{pmatrix}$$ ← ١ نوجد المعكوس الضربى

$$|\text{أ}| = \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix} = -١ - ٢ = -٣$$

$$\text{أ}^{-١} = \frac{١}{-٣} \begin{pmatrix} -١ & -١ \\ -٢ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{١}{٣} & \frac{١}{٣} \\ \frac{٢}{٣} & \frac{-١}{٣} \end{pmatrix}$$ بالتعويض فى ١

$$\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{١}{٣} & \frac{١}{٣} \\ \frac{٢}{٣} & \frac{-١}{٣} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٥ \\ ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٥}{٣} + \frac{١}{٣} \\ \frac{١٠}{٣} + \frac{-١}{٣} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$$ ∴ س = ٢ ، ص = ٣ ∴ م.ح = {(٢ ، ٣)}

---

١٦٥) حل المعادلات ٢س − ٣ص − ع = ٩ ، س + ٢ص + ٣ع = ١٥ ، س − ٢ع = ١٢

$$\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ & -٣ & -١ \\ ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ٠ & -٢ \end{pmatrix}^{-١} \begin{pmatrix} ٩ \\ ١٥ \\ ١٢ \end{pmatrix}$$ ولايجاد المعكوس الضربى للمصفوفة بفرض انها مصفوفة أ

$$|\text{أ}| = \begin{vmatrix} ٢ & -٣ & -١ \\ ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ٠ & -٢ \end{vmatrix} = ٢(-٤ - ٠) + ٣(-٢ - ٣) - (٠ - ٢) = -٨ - ١٥ + ٢ = -٢١$$

$$\text{المرافقات} = \begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ٠ & -٢ \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -٣ & -١ \\ ٠ & -٢ \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} -٣ & -١ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٤ & ٥ & -٢ \\ -٦ & -٣ & -٣ \\ -٧ & -٧ & ٧ \end{pmatrix}$$

$$\text{أ}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} -٤ & -٦ & -٧ \\ ٥ & -٣ & -٧ \\ -٢ & -٣ & ٧ \end{pmatrix}$$

$$\text{أ}^{-١} = \frac{١}{|\text{أ}|} \times \text{أ}^{\text{مد}} = \frac{-١}{٢١} \times \begin{pmatrix} -٤ & -٦ & -٧ \\ ٥ & -٣ & -٧ \\ -٢ & -٣ & ٧ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٤}{٢١} & \frac{٦}{٢١} & \frac{٧}{٢١} \\ \frac{-٥}{٢١} & \frac{٣}{٢١} & \frac{٧}{٢١} \\ \frac{٢}{٢١} & \frac{٣}{٢١} & \frac{-٧}{٢١} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٤}{٢١} & \frac{٦}{٢١} & \frac{٧}{٢١} \\ \frac{-٥}{٢١} & \frac{٣}{٢١} & \frac{٧}{٢١} \\ \frac{٢}{٢١} & \frac{٣}{٢١} & \frac{-٧}{٢١} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٩ \\ ١٥ \\ ١٢ \end{pmatrix}$$

س = ١٠ ، ص = ٤ ، ع = −١

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٦٦) رتبة المصفوفة الموسعة للنظام ٢س – ص = ٣ ، ٦س – ٣ص = ٩

١) صفر ٢) ١ ٣) ٢ ٤) ٣

الحـــــــل م* = $\left(\begin{array}{cc|c} ٢ & -١ & ٣ \\ ٦ & -٣ & ٩ \end{array}\right)$ نبحث جميع محددات الرتبة الثانية

$\begin{vmatrix} ٢ & -١ \\ ٦ & -٣ \end{vmatrix}$ = -٦ + ٦ = ٠ ، $\begin{vmatrix} -١ & ٣ \\ -٣ & ٩ \end{vmatrix}$ = -٩ + ٩ = ٠ ، $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{vmatrix}$ = ١٨ – ١٨ = ٠

نكون محدد على النظم ١×١ حيث |٢| ≠ صفر ر(م*) = ١

---

١٦٧) المعادلات الآتية

٢س + ٧ص + ٣ع = ٠ ، ٣س + ص – ٢ع = ٠ ، ٤س – ٣ص – ع = ٠

١) لها الحل الصفرى الوحيد ٢) ليس لها حلول ٣) لها ثلاث حلول ٤) لها عدد لا نهائى من الحلول

المعادلات متجانسة الحـــــــل م = $\begin{pmatrix} ٢ & ٧ & ٣ \\ ٣ & ١ & -٢ \\ ٤ & -٣ & -٣ \end{pmatrix}$ م* = $\left(\begin{array}{ccc|c} ٢ & ٧ & ٣ & ٠ \\ ٣ & ١ & -٢ & ٠ \\ ٤ & -٣ & -٣ & ٠ \end{array}\right)$

|م| = $\begin{vmatrix} ٢ & ٧ & ٣ \\ ٣ & ١ & -٢ \\ ٤ & -٣ & -١ \end{vmatrix}$

|م| = ٢ (-١ – ٦) – ٧ (-٣ + ٨) + ٣ (-٩ – ٤) = -١٤ – ٣٥ – ٣٩ = -٨٨ ≠ صفر

ر(م) = ٣ ، ر(م*) = ٣

∵ ر(م) = ر(م*) = ن فإنه يوجد حل وحيد

، ∵ المعادلات متجانسة ∴ الحل الوحيد هو الحل الصفرى (٠ ، ٠ ، ٠)

---

١٦٨) إذا كان م = $\begin{pmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ ك & ٠ & ١ \\ ٢ & ٤ & -١ \end{pmatrix}$ وكان ر(م) = ٢ فإن قيمة ك = ...

∵ ر(م) = ٢ ∴ $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ ك & ٠ & ١ \\ ٢ & ٤ & -١ \end{vmatrix}$ = ٠

٢(٠ – ٤) – (-ك – ٢) + ٣ (٤ك – ٠) = ٠

-٨ + ك + ٢ + ١٢ك = ٠

∴ -٦ + ١٣ك = ٠ ∴ ك = $\frac{٦}{١٣}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١٦٩) إذا كان م = $\begin{pmatrix} -١ & ٣ & ١ \\ ٠ & ك & ٢ \\ ٣ & ١ & ٤ \end{pmatrix}$ وكان ر (م) = ٣ أوجد قيمة ك

∵ ر (م) = ٣ ∴ $\begin{vmatrix} -١ & ٣ & ١ \\ ٠ & ك & ٢ \\ ٣ & ١ & ٤ \end{vmatrix} \neq ٠$

− (٤ك − ٢) − ٣ (٠ − ٦) + (٠ − ٣ك) ≠ ٠

− ٤ك + ٢ + ١٨ − ٣ك ≠ ٠

∴ − ٧ك + ٢٠ ≠ ٠ ∴ ك ≠ $\frac{٢٠}{٧}$ ∴ ك ∈ ح − $\frac{٢٠}{٧}$

١٧٠) فى النظام الخطى الآتى ٣س + ٤ص = ٨ ، ٦س + ٨ص = ١١

١) صورة المصفوفات لهذا النظام ٢) رتبة مصفوفة المعاملات

٣) رتبة المصفوفة الموسعة ٤) عدد الحلول لهذا النظام

٥) أوجد حل النظام باستخدام المعكوس الضربي للمصفوفات

١) صورة المصفوفات لهذا النظام $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & ٨ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٨ \\ ١١ \end{pmatrix}$

٢) رتبة مصفوفة المعاملات م = $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & ٨ \end{pmatrix}$

|م| = $\begin{vmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & ٨ \end{vmatrix}$ = ٢٤ − ٢٤ = ٠ نبحث أعلى محدد أصغر على سبيل المثال |٣| = ٣ ≠ ٠

ر (م) = ١ أى أن عدد المعادلات الحقيقية تساوى ١

٣) رتبة المصفوفة الموسعة م* = $\left(\begin{array}{cc|c} ٣ & ٤ & ٨ \\ ٦ & ٨ & ١١ \end{array}\right)$ نبحث جميع محددات الرتبة الثانية

$\begin{vmatrix} ٣ & ٨ \\ ٦ & ١١ \end{vmatrix}$ = ٣٣ − ٤٨ ≠ − ١٥ ر (م*) = ٢

٤) عدد الحلول لهذا النظام ، النظام غير متجانس

ر (م) ≠ ر (م*) = ٢ المعادلتان ليس لهما حل

∴ مجموعة الحل = ∅